Guía de preparación para el Control 2

Profesor: Néstor Becerra Y.
Auxiliar: Simón Repolt

Ayudantes: Joaquín Araya, Omar Silva

P1.

Determine the average energy of a set of M PAM signals of the form

$$s_m(t) = s_m \psi(t), \quad m = 1, 2, \ldots, M \\ 0 \le t \le T$$

where

$$s_m = \sqrt{\mathcal{E}_g} A_m, \quad m = 1, 2, \ldots, M$$

The signals are equally probable with amplitudes that are symmetric about zero and are uniformly spaced with distance d between adjacent amplitudes as shown in Figure 7.11.

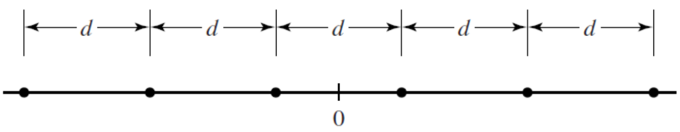


Figure 7.11 Signal points (constellation) for symmetric PAM.

P2.

Consider a set of M orthogonal signal waveforms $s_m(t)$, $1 \le m \le M$, $0 \le t \le T$, all of which have the same energy $\mathcal{E}$. Define a new set of M waveforms as

$$s'_m(t) = s_m(t) - \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} s_k(t), \quad 1 \le m \le M \\ 0 \le t \le T$$

Show that the M signal waveform $\{s'_m(t)\}$ have equal energy, given by

$$\mathcal{E}' = (M-1)\mathcal{E}/M$$

and are equally correlated, with correlation coefficient

$$\gamma_{mn} = \frac{1}{\mathcal{E}'}\int_0^T s'_m(t)s'_n(t)\,dt = -\frac{1}{M-1}$$

P3.

Three messages m_1, m_2, and m_3 are to be transmitted over an AWGN channel with noise power-spectral density $\frac{N_0}{2}$. The messages are

$$s_1(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq 1 \leq T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$s_2(t) = -s_3(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -1 & \frac{T}{2} \leq 0 \leq T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

1. What is the dimensionality of the signal space?
2. Find an appropriate basis for the signal space (Hint: You can find the basis without using the Gram-Schmidt procedure).
3. Draw the signal constellation for this problem.
4. Derive and sketch the optimal decision regions R_1, R_2, and R_3.
5. Which of the three messages is more vulnerable to errors and why? In other words which of $P(\text{Error} \mid m_i \text{ transmitted})$, $i = 1, 2, 3$ is larger?

P4.

Consider the two 8-point QAM signal constellation shown in Figure P-7.43. The minimum distance between adjacent points is $2A$. Determine the average transmitted power for each constellation assuming that the signal points are equally probable. Which constellation is more power efficient?

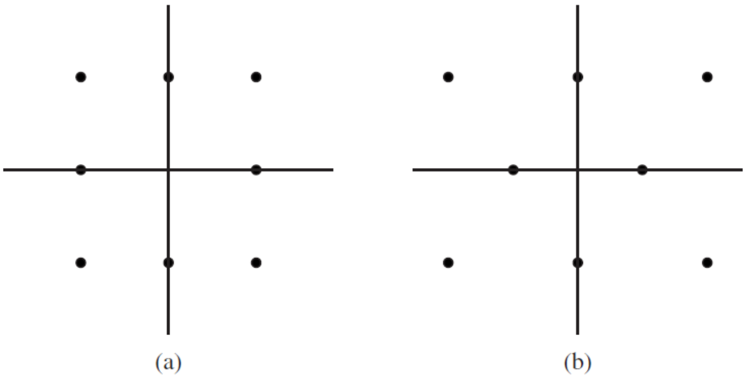
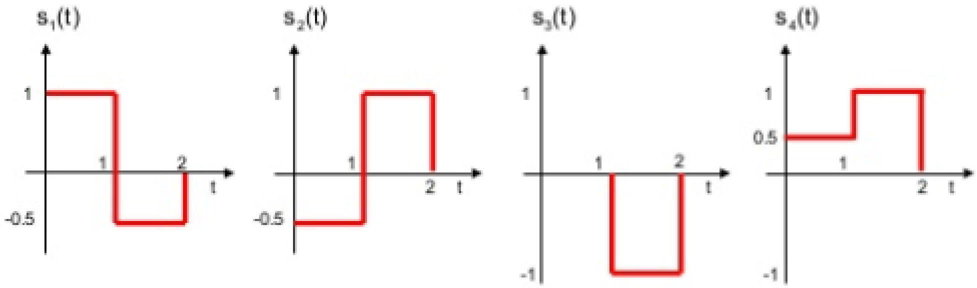


Figure P-7.43

P5: Considere el siguiente set de formas de onda:



a) Encuentre la base ortonormal por medio del método de Gram-Schmidt.

b) Represente s1(t), s2(t), s3(t) y s4(t) en la base ortonormal obtenida.

c) Dibuje la constelación correspondiente a la representación de los símbolos en la base de funciones ortonormales.

d) Asigne una secuencia de bits a cada símbolo y explique cómo funcionaría el sistema de transmisión de información.

P6: Dada una señal de voz muestreada y cuantizada se extrae una ventana dentro de la cual se calculan los 5 coeficientes de correlación: R(0) = 75, R(1) = 53, R(2) = 34, R(3) = 22, R(4) = 10. Estime los 4 primeros coeficientes de predicción lineal α_k usando las ecuaciones de Yule-Walker con p=4.

$$
\begin{bmatrix}
R(0) & R(1) & R(2) & \ldots & R(p-1) \\
R(1) & R(0) & R(1) & \ldots & R(p-2) \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\
R(p-1) & R(p-2) & R(p-3) & \ldots & R(0)
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \alpha_p
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
R(1) \\ R(2) \\ \vdots \\ \vdots \\ R(p)
\end{bmatrix}
$$

P7: Encuentre el standard array para el Código (5,2) cuyos codewords son 00000, 10100, 01111, 11011. Describa como se hace la decodificación.

P8:

A convolutional encoder is shown in Figure 9.25. In this encoder $k = 1$, $n = 2$, and $L = 3$. Therefore, the rate of the code is $\frac{1}{2}$ and the number of states is $2^{(L-1)k} = 4$. One way to describe such a code (other than drawing the encoder) is to specify how the two output bits of the encoder depend on the contents of the shift register. This is usually done by specifying n vectors $g_1, g_2, \ldots, g_n$, known as *generator sequences* of the convolutional code. The ith $1 \le i \le 2^{kL}$ component of g_j, $1 \le j \le n$, is 1 if the ith stage of the shift register is connected to the combiner corresponding to the jth bit in the output and 0 otherwise. In the above example, the generator sequences are given by

$$g_1 = [1 \quad 0 \quad 1]$$
$$g_2 = [1 \quad 1 \quad 1]$$

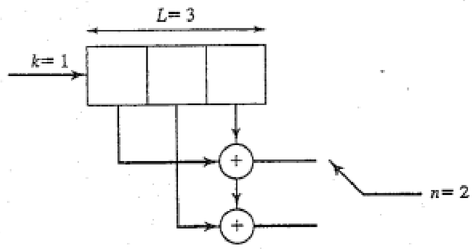


Figure 9.25 A rate $\frac{1}{2}$ convolutional encoder.

nple 9.7.2

In the convolutional code shown in Figure 9.25, what is the encoded sequence corresponding to the information sequence $\mathbf{x} = (1101011)$?

P9: Deduzca la ecuación del error de cuantización. Tome los supuestos que usted considere apropiados

P10: Una fuente tiene un alfabeto {a,b,c,d,e,f,g}. De esta misma fuente, para un periodo de tiempo dado se observa la salida donde para 600 observaciones se cuenta la frecuencia de caracteres observados, obteniendo:

Carácter	a	b	c	d	E	f	g
Frecuencia	175	125	100	100	50	25	25

Asuma 600 un número suficientemente grande como para realizar generalizaciones

a. Estime la entropía de la fuente
b. ¿Cuál es el largo promedio mínimo de la palabra código para representar esta fuente sin pérdida de información?
c. Diseñe el código de Huffman para esta fuente de información y compare el largo promedio de la palabra código con la entropía de la fuente.
d. Decodifique la secuencia: 1011110011000110001 0011.
e. ¿Cómo se puede aproximar el largo promedio efectivo del largo promedio mínimo de la palabra código?