

FI1100-5 Introducción a la Física Moderna, 2022/02

Pauta Auxiliar 6 - Propagación de la luz

Profesor: **Sebastián López**
Auxiliares: Rodrigo Cuellar
Camilo Núñez Barra
Ayudante: Clemente Miranda

3 de octubre de 2022

P1. Semáforo en rojo [Adaptado de 37.25 Sears & Zemansky 12 Ed]

Carabineros de Chile te sorprende cometiendo una infracción gravísima de acuerdo el numeral 1 del artículo 199 de la ley de tránsito: “No detenerse ante la luz roja de las señales luminosas del tránsito” y te multa con 3 UTM. El semáforo emite una longitud de onda $\lambda_r = 700 \text{ nm}$ para un observador en reposo junto a la luz roja. Le comentas a tu cabo que, al acercarte al semáforo en tu auto de carreras, el efecto Doppler lo hizo parecer de un color verde $\lambda_v = 500 \text{ nm}$. ¿A qué velocidad v te puedes librar de esta multa?

Recordemos el efecto Doppler (no-relativista) para ondas electromagnéticas,

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}, \quad (1)$$

donde $\Delta\lambda := \lambda - \lambda_0$ es el corrimiento de longitud de onda entre la observada λ y la emitida λ_0 , v es la velocidad relativa entre la fuente y el observador, y $c = 3 \times 10^8 \text{ km s}^{-1}$ es la velocidad de la luz en el vacío.

Nosotros observamos el semáforo con una longitud de onda verde $\lambda = \lambda_v = 500 \text{ nm}$, pero este en realidad emite una longitud de onda (“de laboratorio”) roja $\lambda = \lambda_r = 700 \text{ nm}$. Luego,

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c = \frac{500 \text{ nm} - 700 \text{ nm}}{700 \text{ nm}} \times 3 \times 10^8 \text{ km s}^{-1} = -\frac{2}{7} \times 3 \times 10^8 \text{ km s}^{-1} \approx -8.6 \times 10^7 \text{ km s}^{-1}, \quad (2)$$

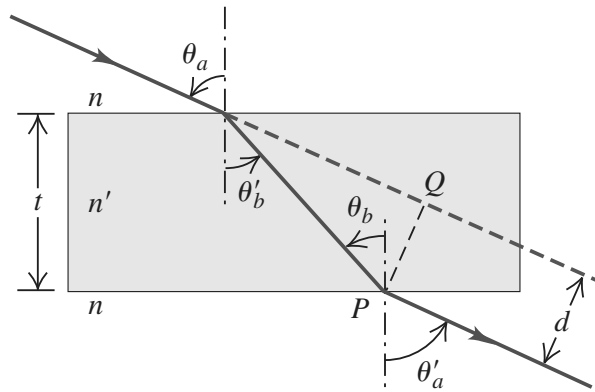
por lo que yendo a una velocidad de $8.6 \times 10^7 \text{ km s}^{-1}$ hubiésemos visto el semáforo en verde en vez de rojo y nuestro argumento sería válido para librarnos de la multa por no detenernos ante la luz roja (pero no de una multa por exceso de velocidad). El signo negativo en v implica que el observador y la fuente se están acercando, lo que tiene sentido para nosotros, ya que nos movemos hacia el semáforo quieto. Como $\lambda < \lambda_0$, hay un corrimiento al azul, fenómeno inverso del *redshift*, muy importante en astronomía.

P2. Principio de Huygens

La idea de este problema era avanzar con materia de cátedra (porque recién había sido el C1). Revisar el capítulo 33.7 del Sears & Zemansky y/o 35.6 del Serway. Sugiero el primer minuto de los videos <https://youtu.be/N31levs4TzTA> y <https://youtu.be/1GcW9jWj4FM> para visualizar en acción el principio de Huygens aplicado a la reflexión y refracción, respectivamente.

P3. Placa transparente [33.58 Sears & Zemansky 12 Ed]

Sobre la superficie superior de una placa transparente incide luz que viaja por el aire con un ángulo θ_a ; las superficies de la placa son planas y paralelas entre sí.



a) Demuestre que $\theta_a = \theta'_a$.

La ley de Snell establece que $n \sin \theta_a = n' \sin \theta'_b$ en la interfaz superior y que $n' \sin \theta_b = n \sin \theta'_a$ en la interfaz inferior. Notemos que θ'_b y θ_b son ángulos alternos internos, por lo que $\theta'_b = \theta_b$. Luego, $n \sin \theta_a = n' \sin \theta'_b = n' \sin \theta_b = n \sin \theta'_a$, es decir, $n \sin \theta_a = n \sin \theta'_a$, permitiendo concluir que $\theta'_a = \theta_a$.

b) Demuestre que esto se cumple para cualquier número de diferentes placas paralelas.

Consideremos N placas paralelas; la i -ésima placa tiene un índice de refracción n_i , un ángulo de refracción θ'_i (arriba) y un ángulo de incidencia θ_i (abajo). La ley de Snell establece que $n \sin \theta_a = n_1 \sin \theta'_1$ en el primer cambio de medio, $n_N \sin \theta_N = n \sin \theta'_a$ en el último cambio de medio, y $n_i \sin \theta_i = n_{i+1} \sin \theta_{i+1}$ en los cambios de medios entre placas ($i = 1, 2, \dots, N - 1$). Notamos nuevamente que ($\forall i$) $\theta'_i = \theta_i$ por ser ángulos alternos internos. Luego, $n \sin \theta_a = n_1 \sin \theta'_1 = n_1 \sin \theta_1 = \dots = n_i \sin \theta'_i = n_i \sin \theta_i = n_{i+1} \sin \theta_{i+1} = \dots = n_N \sin \theta_N = n \sin \theta'_a$, es decir, $n \sin \theta_a = n \sin \theta'_a$, permitiendo concluir que $\theta'_a = \theta_a$.

c) Pruebe que el desplazamiento lateral d del haz que sale está dado por la relación

$$d = t \frac{\sin(\theta_a - \theta'_b)}{\cos \theta'_b},$$

donde t es el espesor de la placa.

(Nos olvidamos de las N placas.) Denominemos A al punto donde incide el rayo con un ángulo θ_a . Notemos que $\angle PAQ = \theta_a - \theta'_b$ por ángulos opuestos. Además, $\angle AQP = 90^\circ$ por parte a). Luego, $d = \overline{AP} \sin(\theta_a - \theta'_b)$. Sin embargo, $\cos \theta'_b = t/\overline{AP}$, es decir, $\overline{AP} = t/\cos(\theta'_b)$. Concluimos entonces que $d = t \sin(\theta_a - \theta'_b)/\cos \theta'_b$.