Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física

# FI1100-5 Introducción a la Física Moderna, 2022/02
# Pauta Auxiliar 10 - Fotones, electrones y átomos

Profesor: **Sebastián López**
Auxiliares: Rodrigo Cuellar
Camilo Núñez Barra
Ayudante: Clemente Miranda

14 de noviembre de 2022

**P1. [P2 C2 2021-2] Efecto fotoeléctrico. Una fuente de luz de longitud de onda $\lambda$ ilumina un metal y eyecta fotoelectrones de una energía cinética máxima de $2\,\mathrm{eV}$. Una segunda fuente de luz con la mitad de la longitud de onda de la primera eyecta fotoelectrones con una máxima energía cinética de $8\,\mathrm{eV}$.**
**Considere $hc = 1{,}2\,\mathrm{eV\,\mu m}$, $m_\mathrm{e} = 9{,}1\times10^{-31}\,\mathrm{kg}$ y $1\,\mathrm{eV} = 1{,}6\times10^{-19}\,\mathrm{J}$.**

**(a) Determine la función trabajo del metal.**

La primera fuente de longitud de onda $\lambda_1 = \lambda$ causa la emisión de fotoelectrones de energía cinética máxima $K_1 = 2\,\mathrm{eV}$, y gracias al efecto fotoeléctrico sabemos que

$$K_1 = \frac{hc}{\lambda} - \phi, \tag{1}$$

donde $\phi$ es la función trabajo del metal y $hc/\lambda$ es la energía de un fotón de longitud de onda $\lambda$. Análogamente, la segunda fuente ilumina con $\lambda_2 = \lambda/2$ el mismo metal de función trabajo $\phi$ y eyecta fotoelectrones de una energía cinética máxima $K_2 = 8\,\mathrm{eV}$, por lo que

$$K_2 = \frac{hc}{\frac{\lambda}{2}} - \phi. \tag{2}$$

Restando ambas ecuaciones,

$$K_2 - K_1 = \frac{hc}{\lambda}, \tag{3}$$

de donde podemos despejar la longitud de onda,

$$\lambda = \frac{hc}{K_2 - K_1} \tag{4}$$

Ahora despejamos la función trabajo de la primera ecuación y reemplazamos la longitud de onda encontrada para obtener

$$\phi = \frac{hc}{\lambda} - K_1 = \frac{hc}{\frac{hc}{K_2-K_1}} - K_1 = K_2 - K_1 - K_1 = K_2 - 2K_1 \tag{5}$$

y evaluando numéricamente concluimos que

$$\phi = K_2 - 2K_1 = 8\,\mathrm{eV} - 2 \times 2\,\mathrm{eV} = 4\,\mathrm{eV}. \tag{6}$$

**(b) Calcule las longitudes de onda de ambas fuentes de luz.**
Ahora evaluamos numéricamente la longitud de onda,

$$\lambda = \frac{hc}{K_2 - K_1} = \frac{1{,}2\,\mathrm{eV\,\mu m}}{8\,\mathrm{eV} - 2\,\mathrm{eV}} = \frac{1{,}2\,\mathrm{eV\,\mu m}}{6\,\mathrm{eV}} = 0{,}2\,\mathrm{\mu m}, \tag{7}$$

por lo que la primera fuente de luz tiene longitud de onda $\lambda_1 = \lambda = 0{,}2\,\mathrm{\mu m} = 200\,\mathrm{nm}$ y la segunda fuente de luz tiene longitud de onda $\lambda_2 = \lambda/2 = 0{,}1\,\mathrm{\mu m} = 100\,\mathrm{nm}$.

**Considere ahora las dos fuentes de luz mencionadas anteriormente irradiando otro metal desconocido.**

**(c) Determine la función trabajo del metal considerando que la fuente de luz con los fotones menos energéticos coincide con la frecuencia umbral del metal.**
La primera fuente tiene fotones de energía $E_1 = hc/\lambda = 1{,}2\,\mathrm{eV\,\mu m}/0{,}2\,\mathrm{\mu m} = 6\,\mathrm{eV}$, mientras que la segunda fuente tiene fotones de energía $E_2 = hc/\frac{\lambda}{2} = 1{,}2\,\mathrm{eV\,\mu m}/0{,}1\,\mathrm{\mu m} = 12\,\mathrm{eV}$, por lo tanto, los fotones menos energéticos son los de longitud de onda $\lambda_1$, y como esta longitud coincide con la frecuencia umbral del metal (que es la frecuencia mínima para que se emitan fotoelectrones, pero de energía cinética nula $K_{\mathrm{max}} = 0$), entonces la función trabajo $\phi'$ del nuevo metal es

$$\phi' = \frac{hc}{\lambda} = 6\,\mathrm{eV}. \tag{8}$$

**(d) Calcule la velocidad máxima de los electrones eyectados debido a la fuente de luz con los fotones más energéticos en este nuevo metal.**
Los fotones más energéticos son los de longitud de onda $\lambda_2$. Los fotoelectrones eyectados debido a la segunda fuente tienen una energía cinética máxima $K_2'$ dada por el efecto fotoelétrico en el nuevo metal

$$K_2' = E_2 - \phi' = 12\,\mathrm{eV} - 6\,\mathrm{eV} = 6\,\mathrm{eV}. \tag{9}$$

La energía cinética $K$ de un electrón de masa $m_{\mathrm{e}}$ y velocidad $v$ está dada por

$$K = \frac{1}{2} m_{\mathrm{e}} v^2, \tag{10}$$

de donde podemos despejar la velocidad para obtener

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m_{\mathrm{e}}}}.$$

Por lo tanto, la velocidad máxima de los electrones eyectados debido a la fuente de luz con los fotones más energéticos en este nuevo metal es

$$v_{\mathrm{max}} = \sqrt{\frac{2K_2'}{m_{\mathrm{e}}}} = \sqrt{\frac{2 \times 6\,\mathrm{eV}}{9{,}1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{2 \times 6 \times 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}}{9{,}1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 1{,}45 \times 10^{6}\,\mathrm{m\,s^{-1}}.$$

**P2. [P3 C2 2021-2] Átomo de hidrógeno. El electrón de un átomo de hidrógeno inicialmente se encuentra en el estado $n = 2$, luego absorbe un fotón y pasa a estar en el nivel $n = 4$.**

(a) **¿Qué frecuencia debe tener el fotón?**
Los niveles de energía del átomo de hidrógeno son

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2} \qquad (n = 1, 2, 3, 4, \dots) \tag{11}$$

con $E_0 = 13{,}6\,\mathrm{eV}$ la energía de ionización y $n$ el número cuántico principal del nivel. La energía del fotón absorbido debe ser la diferencia entre la energía del nivel mayor ($n = 4$) y el menor ($n = 2$),

$$hf = E_4 - E_2, \tag{12}$$

por lo tanto, debe tener una frecuencia

$$f = -\frac{E_4 - E_2}{h} = \frac{E_0}{h}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) = \frac{13{,}6\,\mathrm{eV}}{4{,}1 \times 10^{-15}\,\mathrm{eV\,s}} \times \frac{3}{16} = 0{,}62 \times 10^{15}\,\mathrm{Hz}. \tag{13}$$

(b) **Luego, el mismo electrón decae a estados inferiores, hasta llegar al estado fundamental. ¿Cuáles son todas las posibles frecuencias de los fotones emitidos? (Recuerde que la transición puede no ser directa, esto significa que puede pasar por otros estados antes de llegar al estado final).**
Ahora el electrón decae de $n = 4$ al estado fundamental $n = 1$, pudiendo hacer transición por niveles intermedios, es decir, las posibles transiciones son:

$$4 \to 1 \tag{14}$$
$$4 \to 2 \to 1 \tag{15}$$
$$4 \to 3 \to 1 \tag{16}$$
$$4 \to 3 \to 2 \to 1 \tag{17}$$

por lo tanto, son 6 todas las posibles frecuencias distintas de fotones emitidos. Considerando $n_\mathrm{i}$ el nivel inicial (mayor) y $n_\mathrm{f}$ el nivel final (menor), entonces la fórmula de la frecuencia es

$$f = -\frac{E_\mathrm{i} - E_\mathrm{f}}{h} = \frac{E_0}{h}\left(\frac{1}{n_\mathrm{f}^2} - \frac{1}{n_\mathrm{i}^2}\right) = 3{,}3 \times 10^{15}\left(\frac{1}{n_\mathrm{f}^2} - \frac{1}{n_\mathrm{i}^2}\right)\mathrm{Hz} \tag{18}$$

que para cada transición nos da

$$4 \to 1: \qquad f_{4\to1} = \frac{E_0}{h}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2}\right)\mathrm{Hz} = 3{,}3 \times 10^{15} \times \frac{15}{16}\,\mathrm{Hz} = 3{,}09 \times 10^{15}\,\mathrm{Hz} \tag{19}$$

$$3 \to 1: \qquad f_{3\to1} = \frac{E_0}{h}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right)\mathrm{Hz} = 3{,}3 \times 10^{15} \times \frac{8}{9}\,\mathrm{Hz} = 2{,}93 \times 10^{15}\,\mathrm{Hz} \tag{20}$$

$$2 \to 1: \qquad f_{2\to1} = \frac{E_0}{h}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)\mathrm{Hz} = 3{,}3 \times 10^{15} \times \frac{3}{4}\,\mathrm{Hz} = 2{,}48 \times 10^{15}\,\mathrm{Hz} \tag{21}$$

$$4 \to 2: \qquad f_{4\to2} = \frac{E_0}{h}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right)\mathrm{Hz} = 3{,}3 \times 10^{15} \times \frac{3}{16}\,\mathrm{Hz} = 0{,}62 \times 10^{15}\,\mathrm{Hz} \tag{22}$$

$$3 \to 2: \qquad f_{3\to 2} = \frac{E_0}{h}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)\mathrm{Hz} = 3{,}3 \times 10^{15} \times \frac{5}{36}\,\mathrm{Hz} = 0{,}46 \times 10^{15}\,\mathrm{Hz} \tag{23}$$

$$4 \to 3: \qquad f_{4\to 3} = \frac{E_0}{h}\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2}\right)\mathrm{Hz} = 3{,}3 \times 10^{15} \times \frac{7}{144}\,\mathrm{Hz} = 0{,}16 \times 10^{15}\,\mathrm{Hz} \tag{24}$$