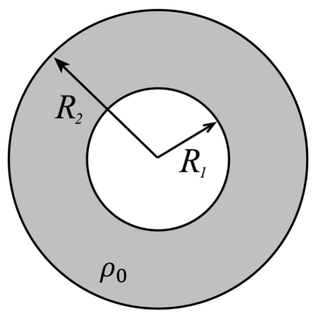
FI2002-6 Electromagnetismo
Profesor: Héctor Alarcón
Auxiliares: José Luis López & Tomás Vatel
Ayudante: Felipe Montecinos

Auxiliar #2: Ley de Gauss y Potencial Eléctrico

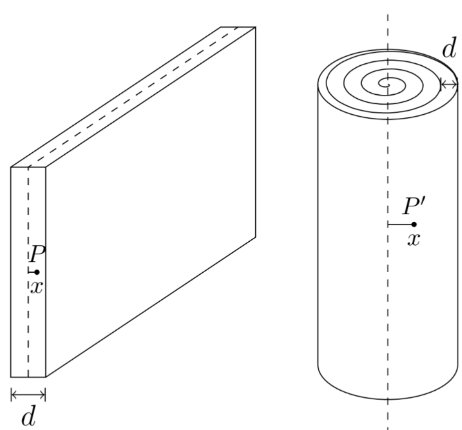
23 de agosto de 2022

P1. Considere un cascarón esférico de radios interno y externo R_1 y R_2 respectivamente, con una densidad volumétrica de carga $\rho(r) = Ar$, con A una constante desconocida. Si la carga total del cascarón es Q, determine

a) La constante A en términos de los datos del problema.
b) El campo eléctrico en todo el espacio.
c) El potencial eléctrico en todo el espacio. Suponga que $V(r = \infty) = 0$



P2. Una lamina muy extensa de grosor d contiene una carga uniformemente distribuida de densidad ρ en todo su volumen. La magnitud del campo eléctrico en un punto P dentro de la lámina, a una distancia x del plano central es E_1. Luego, la lámina se enrolla sobre si misma para formar un cilindro sólido muy largo. La magnitud del campo eléctrico en un punto P' a una distancia x de su eje es E_2. Calcule E_1/E_2.



Resumen:

Ley de Gauss: Establece una relación entre el flujo de campo eléctrico a través de una superficie cerrada $\partial\Omega$, y la carga encerrada en el volumen Ω por esta superficie. Se tiene que

$$\oiint_{\partial\Omega} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\varepsilon_0} \tag{1}$$

Si la carga encerrada en el volumen no es conocida, pero sí la densidad de carga, es posible obtenerla mediante integración, tal que

$$Q_{\text{enc}} = \iiint_{\Omega} \rho dV \qquad Q_{\text{enc}} = \iint_{\Sigma} \sigma dS \qquad Q_{\text{enc}} = \int_{\Gamma} \lambda d\ell$$

dependiendo del tipo de distribución de carga (volumétrica, superficial o lineal). Mediante el teorema de Gauss, es posible deducir la ley en su forma diferencial, tal que

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{2}$$

Sin embargo, se debe tener en consideración que esta poderosa ley, no puede ser usada siempre. Para usarla, debe existir **simetría** en el campo eléctrico.

Potencial eléctrico: Corresponde al trabajo necesario para traer una carga de 1 C desde el infinito hasta la posición $\vec{r}$ deseada, a través de un campo eléctrico $\vec{E}$. Se calcula mediante

$$V(\vec{r}) = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \tag{3}$$

donde típicamente $V(\infty) = 0$. Si se desea calcular la diferencia de potencial entre dos puntos $\vec{r}_1$ y $\vec{r}_2$, se usa que

$$\Delta V = V(\vec{r}_2) - V(\vec{r}_1) = -\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \tag{4}$$

Es posible deducir el campo eléctrico a partir de un potencial dado, según

$$\vec{E} = -\nabla V \tag{5}$$

También, el potencial eléctrico puede ser calculado con una integral similar a la del campo eléctrico por definición, tal que

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{||\vec{r} - \vec{r}\,'||} \tag{6}$$