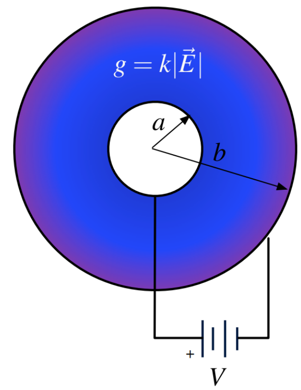
FI2002-6 Electromagnetismo
Profesor: Héctor Alarcón
Auxiliares: José Luis López & Tomás Vatel
Ayudante: Felipe Montecinos

Auxiliar #6: Corriente Eléctrica

27 de septiembre de 2022

P1. Una esfera metálica de radio a está rodeada por un cascarón conductor esférico de radio interior b, donde $b > a$. El espacio entre la esfera y el cascarón está lleno de un material cuya conductividad eléctrica g es variable, y varía en función de la magnitud del campo eléctrico $\vec{E}$, con la ecuación $g = k|\vec{E}|$, con k una constante conocida. Una diferencia de potencial constante V se mantiene entre la esfera y el cascarón conductor de radio b. Calcule la corriente eléctrica y la densidad volumétrica de carga entre la esfera y el cascarón. Exprese el resultado en función de los datos del problema.



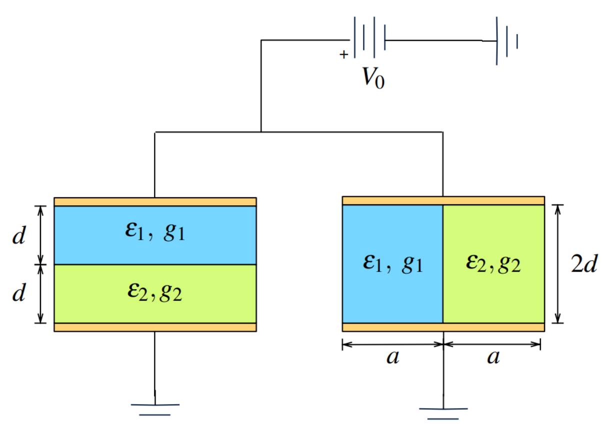
P2. Considere dos condensadores de placas cuadradas de lado $2a$ separadas una distancia $2d$. Dentro de cada condensador existen dos medios con constantes dieléctricas y conductividades ε_1, g_1, ε_2 y g_2. Los medios se llenan la mitad del volumen de cada condensador, pero de una disposición distinta en cada uno (ver figura). Despreciando todos los efectos de borde:

a) Para cada condensador, determine el vector densidad de corriente $\vec{J}$, el vector campo eléctrico $\vec{E}$ y el vector desplazamiento $\vec{D}$ dentro de él.

b) Para el condensador de la derecha, determine las densidades de polarización y carga libre donde correspondan.

c) Determine la capacitancia equivalente que forman ambos condensadores.

d) Determine la corriente que sale por la fuente y la resistencia equivalente del sistema.



Resumen:

- **Corriente y Densidad de Corriente:** A diferencia de la unidad anterior, donde las cargas están quietas, ahora consideramos que estas se mueven y cambian en el tiempo. Luego, **la corriente es el cambio de carga en el tiempo**, tal que

$$I = \pm \frac{dQ}{dt} \tag{1}$$

Sin embargo, suele ser de interés la densidad de este flujo de carga, es decir, **la densidad de corriente**,la cual **es un vector**, e indica hacia donde se mueve la corriente. Esta última se relaciona con la corriente mediante

$$I = \iint \vec{J} \cdot d\vec{S} \tag{2}$$

- **Ecuación de continuidad:** Combinando las ecuaciones (1) y (2), junto al teorema de la divergencia, es posible obtener la ecuación de continuidad mostrada a continuación

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \tag{3}$$

que se interpreta como **"la corriente $\vec{J}$ que salga debe compensarse con una disminución en la carga ρ"**. En estado estacionario (en el cual trabajamos en el curso), no existen acumulaciones de carga, ni tampoco hay "fugas de carga", por lo que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \nabla \cdot \vec{J} = 0 \tag{4}$$

- **Ley de Ohm:** Establece que la **corriente que fluya por un material es proporcional a la diferencia de potencial** a la cual este está sometido. Esta constante es conocida como **resistencia**, la cual cuantifica **qué tan difícil es para la corriente circular** por este material.

$$V = IR \tag{5}$$

Sin embargo, existe también la denominada **"ley de Ohm local"**, la cual establece que **la corriente que circula por el material es proporcional al campo eléctrico** al cual este está sometido

$$\vec{J} = g\vec{E} \tag{6}$$

con g la **conductividad eléctrica** del material. De hecho, la ecuación (5) se deduce de la ecuación (6).

- **Condiciones de borde**: Al igual que con el campo eléctrico, el desplazamiento y la polarización, el vector densidad de corriente también cumple una condición de borde muy útil mostrada a continuación.

$$J_2^{\perp} = J_1^{\perp} \tag{7}$$

En conjunto con la siguiente condición de borde para campo eléctrico, se pueden resolver la gran mayoría de problemas de corriente eléctrica que involucren interfaces y dos o más medios.

$$E_2^{||} = E_1^{||} \tag{8}$$