FI2002-6 Electromagnetismo
Profesor: Héctor Alarcón
Auxiliares: José Luis López & Tomás Vatel
Ayudante: Felipe Montecinos

Auxiliar #13: Ondas Electromagnéticas

22 del 11 del 22

P1. Considere una onda electromagnética que posee el siguiente campo eléctrico

$$\vec{E} = E_0 \cos(10x + 3 \cdot 10^9 t)\hat{z} \tag{1}$$

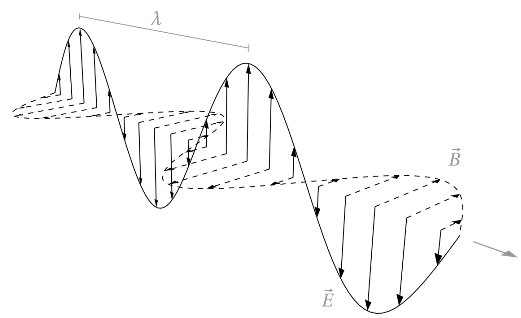
Determine:

a) La longitud de onda λ, el periodo T y la velocidad de propagación v.

b) La dirección y el sentido de propagación.

c) El campo magnético $\vec{B}$ asociado a esta onda.

d) El vector de Poynting $\vec{S}$.



P2. Considere una onda electromagnética que se propaga en un medio material, en dirección paralela al vector $\vec{k} = k_x\hat{x} + k_z\hat{z}$. El campo magnético en todo el espacio está dado por $\vec{B} = B_0 \operatorname{sen}(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)\hat{y}$, donde ω es la frecuencia de la onda. Si la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética del medio son ε y μ, respectivamente:

a) Encuentre $\vec{E}$ en todo el espacio. Suponga que no existen corrientes libres, y que el promedio espacial de $\vec{E}$ es cero.

b) Muestre que $\vec{E} \parallel (\vec{B} \times \hat{k})$

Figura 1: Meme pa que no esté tan vacío el enunciado.

Resumen:

- **Ecuaciones de Maxwell:** Las ecuaciones obtenidas a lo largo del curso (Ley de Gauss, Ley de Ampère, etc), se condensan en las ecuaciones de Maxwell

$$\begin{gathered}\nabla \cdot \vec{D} = \rho \\ \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\end{gathered} \tag{2}$$

- **Ondas planas monocromáticas:** Mediante las ecuaciones de Maxwell, se obtiene que tanto $\vec{B}$ como $\vec{E}$ satisfacen la ecuación de onda, por lo que estos campos **tienen comportamiento ondulatorio**. Así, es posible escribir estos campos como ondas armónicas, tal que

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi) \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{E} = \mathrm{Re}\{\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\phi)}\} \tag{3}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi) \quad \Longleftrightarrow \quad \vec{B} = \mathrm{Re}\{\vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\phi)}\} \tag{4}$$

  con $\vec{k} = k\hat{k}$ **el vector de onda**. Es importante tener en cuenta que $\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{k}$. Luego, es posible expresar que

$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{\omega} \tag{5}$$

- **Constantes relevantes:**

$$\text{Velocidad de la onda: } v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \qquad \text{Índice de refracción: } n = \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{\mu_0\varepsilon_0}} = \frac{v}{c} \tag{6}$$

$$\text{Número de onda: } k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \text{Frecuencia angular: } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \tag{7}$$

  donde $c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \approx 3 \cdot 10^8$ m/s corresponde a la velocidad de la luz en el vacío.

- **Vector de Poynting:** Nos indica la **densidad de flujo de energía** (la energía por unidad de área, por unidad de tiempo). Se calcula mediante

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \tag{8}$$

- **Condiciones de borde:** Las siguientes condiciones de borde son útiles al trabajar con ondas EM:

$$\hat{n} \cdot \vec{D}_1 = \hat{n} \cdot \vec{D}_2 \qquad \hat{n} \times \vec{E}_1 = \hat{n} \times \vec{E}_2 \tag{9}$$

$$\hat{n} \cdot \vec{B}_1 = \hat{n} \cdot \vec{B}_2 \qquad \hat{n} \times \vec{H}_1 = \hat{n} \times \vec{H}_2 \tag{10}$$