

## FI2002-6 Electromagnetismo

Profesor: Héctor Alarcón

Auxiliares: José Luis López &amp; Tomás Vatel

Ayudante: Felipe Montecinos

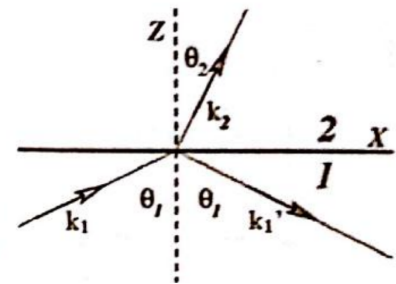


## Auxiliar #14: Ondas Electromagnéticas II

22 de noviembre de 2022

**P1.** Considere una onda electromagnética incidiendo normalmente en la interfaz plana (Paralela al plano  $xy$ ) entre un medio 1 (desde el cual viene la onda) y un medio 2. Ambos medios son neutros y perfectamente aislantes. Los índices de refracción son  $n_1$  y  $n_2$ , las permitividades eléctricas son  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$ , y la permeabilidad magnética es la misma en ambos medios. En el medio 1, muy cerca del borde,  $E_1$  y  $E_1'$  corresponden a la magnitud de los campos eléctricos asociados a la onda incidente y reflejada, respectivamente. Por otro lado, en el medio 2, y muy cerca del borde también,  $E_2$  es la magnitud del campo eléctrico asociado a la onda transmitida. Si las direcciones de las ondas incidente, reflejada y transmitida están dadas por los vectores  $\vec{k}_1$ ,  $\vec{k}_1'$  y  $\vec{k}_2$  respectivamente (ver figura):

- Encuentre dos ecuaciones que deben satisfacer  $E_1$ ,  $E_1'$  y  $E_2$  en términos de  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$ . Suponga que el campo magnético en el borde apunta paralelo a  $\hat{j}$ .
- Mediante las condiciones de borde, deduzca la Ley de Snell. Con esto, demuestre que  $E_1 - E_1' = E_2 n_1/n_2$ .
- En el caso  $\theta_1 = 0$ , encontrar las fracciones de flujo de energía reflejada y transmitida en el caso aire-vidrio, donde  $n_1 = 1$  (aire) y  $n_2 = 1,5$  (vidrio).



## Resumen:

- **Incidencia de ondas en interfaces:** Cuando una onda electromagnética incide sobre un medio, interesan 3 ondas que componen el fenómeno:
  - **Onda incidente:** Es la onda que incide en el medio (la “original”), es de la forma  $\vec{E}_I = \vec{E}_{I_0} e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)}$ .
  - **Onda reflejada:** Es la onda que se refleja en la superficie del medio, es de la forma  $\vec{E}_R = \vec{E}_{R_0} e^{i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t)}$ . Si la incidencia es normal,  $\vec{k}_R = -\vec{k}_I$ . Por otra parte, si la incidencia es oblicua, se obedecen las **leyes de la óptica geométrica**, que establece para la reflexión que  $\theta_I = \theta_R$  (medido desde la normal a la superficie).
  - **Onda transmitida:** Es la onda que traspasa la superficie del medio, es de la forma  $\vec{E}_T = \vec{E}_{T_0} e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)}$ . Si la incidencia es normal,  $\vec{k}_T = \vec{k}_I$ . Por otra parte, si la incidencia es oblicua, se obedecen las **leyes de la óptica geométrica**, que establece para la transmisión que  $n_I \sin \theta_I = n_T \sin \theta_T$  (medido desde la normal a la superficie). Esta última se denomina **Ley de Snell**.
- **Coefficientes de transmisión y reflexión:** A partir de las condiciones de borde, es posible expresar las amplitudes de las ondas reflejadas y transmitidas, en función de los índices de refracción de los medios involucrados.

$$E_{R_0} = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right) E_{I_0} \quad E_{T_0} = \left( \frac{2n_2}{n_2 + n_1} \right) E_{I_0} \quad (1)$$

o también, reescribiendo, es posible expresar lo anterior en términos de las velocidades en los medios

$$E_{R_0} = \left( \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} \right) E_{I_0} \quad E_{T_0} = \left( \frac{2v_2}{v_2 + v_1} \right) E_{I_0} \quad (2)$$

Luego, a partir de estos resultados, es posible escribir **la fracción de la energía transmitida** mediante el **coeficiente de transmisión**, y la **fracción de la energía reflejada** mediante el **coeficiente de reflexión**, calculados según

$$T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \quad R = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad (3)$$

Lo anterior es sólo válido para incidencia normal. Sin embargo, por conservación de la energía, siempre se tiene que cumplir siempre que

$$R + T = 1 \quad (4)$$