

MA1001-3 Introducción al Cálculo

Profesor: Diana Narváez

Auxiliares: Vicente Salinas

Dudas: vicentesalinas@ing.uchile.cl



Auxiliar 4: Cónicas

6 de septiembre de 2022

P1. [Jugando con circunferencias]

Determine las ecuaciones de las siguientes circunferencias:

- (a) Radio 2 y centro en (1, 2).
- (b) Pasa por (2, 0), tiene radio 2 y la coordenada x del centro es 1. ¿Es única la solución?
- (c) Pasa por (0, 0), (1, 0) y (0, 1). ¿Es única la solución?

P2. Considere los puntos $A(0, 0)$ y $B(a, 0)$ con $a > 0$.

Determine e identifique el lugar geométrico de los puntos $C(\alpha, \beta)$, con $\beta > 0$, del plano que cumplen la siguiente condición: Si d_1 es la distancia de B al punto medio del trazo AC y d_2 es la distancia de A al punto medio del trazo BC , entonces $d_1^2 + d_2^2 = 5\Delta$, donde Δ es el área del triángulo ABC .





P3. Determinar los parámetros x_0, y_0, p tales que la parábola $4p(y - y_0) = (x - x_0)^2$ cumpla lo siguiente:

- (a) Pasa por los focos de la elipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.
- (b) Su directriz es la recta $y = -5$.
- (c) $p \geq 2$

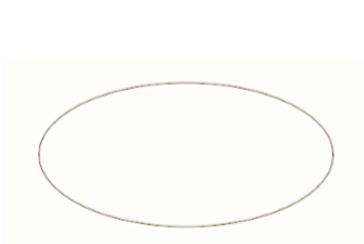
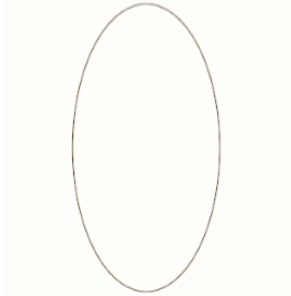
P4. . Un triángulo ABC isósceles con $AB = CB$ varía de tal manera que su vértice A permanece fijo en el punto $A = (-a, 0)$, su vértice B se mueve sobre el eje Y y el lado CB es horizontal. Determinar la ecuación del lugar geométrico que recorre el vértice C e identifíquelo, determinando, si corresponde, focos, directrices y excentricidad.

Recuerdos y Consejos

Parábola

	Vertical		Horizontal	
Ecuación	$y - y_0 = \frac{1}{4p}(x - x_0)^2$		$x - x_0 = \frac{1}{4p}(y - y_0)^2$	
Vértice	(x_0, y_0)		(x_0, y_0)	
Foco	$(x_0, y_0 + p)$		$(x_0 + p, y_0)$	
Directriz	$y = y_0 - p$		$x = x_0 - p$	
Sentido de las ramas	Arriba si $p > 0$	Abajo si $p < 0$	Derecha si $p > 0$	Izquierda si $p < 0$
Forma				

Elipse

	Horizontal	Vertical
Ecuación	$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$
Centro	(x_0, y_0)	(x_0, y_0)
Semiejes	$a > b > 0$	$b > a > 0$
Excentricidad	$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$	$e = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b}$
Focos	$(x_0 \pm a \cdot e, y_0)$	$(x_0, y_0 \pm b \cdot e)$
Directrices	$x = x_0 \pm \frac{a}{e}$	$y = y_0 \pm \frac{b}{e}$
Forma		

Hiperbola

	Horizontal	Vertical
Ecuación	$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$	$\frac{(y - y_0)^2}{b^2} - \frac{(x - x_0)^2}{a^2} = 1$
Centro	(x_0, y_0)	(x_0, y_0)
Excentricidad	$e = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$	$e = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{b}$
Focos	$(x_0 \pm a \cdot e, y_0)$	$(x_0, y_0 \pm b \cdot e)$
Directrices	$x = x_0 \pm \frac{a}{e}$	$y = y_0 \pm \frac{b}{e}$
Asíntotas	$y - y_0 = \pm \frac{b}{a}(x - x_0)$	$y - y_0 = \pm \frac{b}{a}(x - x_0)$
Forma	