

MA1001-3 Introducción al Cálculo**Profesor:** Diana Narváez**Auxiliares:** Vicente Salinas**Dudas:** vicentesalinas@ing.uchile.cl**Auxiliar 5: Funciones**

20 de septiembre de 2022

P1. Sea f una función de variable real definida como $f(x) = \frac{2x}{1-x^2}$

- a) Encontrar Dominio, ceros y paridad de f
- b) Demostrar que $\forall y > 0$, existe $x \in (0, 1)$ tal que $y = f(x)$.
Usar este resultado para deducir que f restringida al dominio $(-1, 1)$ es epiyectiva en \mathbb{R} .

P2. Sea f una función de variable real denida como $f(x) = \sqrt[851]{1-x^{2022}}$

- a) Encontrar Dominio, ceros y paridad de f
- b) Estudiar el crecimiento de f y su Imagen.

P3. Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|-1} & \text{si } |x| > 1 \\ [x]\sqrt{1-x^2} & \text{si } |x| \leq 1, \end{cases}$$

donde $[x]$ denota a la parte entera de x (el mayor número entero, menor o igual a x). Se pide:

- a) Estudie el crecimiento de f por separado en los intervalos $[-1, 0)$ y $[0, 1]$.
- b) Estudie el crecimiento de f por separado en los intervalos $(1, \infty)$ y $(-\infty, -1)$.
- c) Demuestre que $\forall x \in (1, \infty)$ se cumple $f(x) > 1$.
- d) Indique paridad, ceros e inyectividad de f .
- e) Usando lo anterior, indique $Im(f)$ y grafique f esquemáticamente, indicando los puntos importantes.

P4. Considere la función $x \rightarrow g(x) = x - [x]$, donde $[x]$ denota la función parte entera.

Determine el $dom(g)$, conjunto imagen de g , ceros de g e indique si g es una función par o impar.

Bosqueje el gráfico de g

Recuerdos y Consejos

Dominio: es el mayor conjunto A , tal que $\forall x \in A$, $f(x)$ esta bien definido.

Codominio: es el conjunto B , en el cual, $\text{forall } x \in \text{Dom}(f)$, $f(x) \in B$.

Ceros de una función: $\{x \in \text{Dom}(f)\}$ tal que $f(x) = 0$.

Conjunto Imagen: $f(A) = \{y \in \mathbb{R} \mid x \in A \wedge f(x) = y\}$

Función par: $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = f(-x)$

Función impar: $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -f(-x)$

Monotonía de una función: f es creciente en A , si $\forall x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$ y análogo el caso de decreciente.

Función inyectiva Una función se dirá inyectiva ssi $[f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2]$

Función sobreyectiva Una función se dirá sobreyectiva ssi recorrido = $\text{Im}(f)$.

Biyectiva Si se cumple que f es inyectiva y epiyectiva, se dirá biyectiva.