

**MA1001-3 Introducción al Cálculo****Profesor:** Diana Narváez**Auxiliares:** Vicente Salinas**Dudas:** vicentesalinas@ing.uchile.cl**Auxiliar 5: Funciones**

20 de septiembre de 2022

**P1.** Sea  $f$  una función de variable real definida como  $f(x) = \frac{2x}{1-x^2}$

- Encontrar Dominio, ceros y paridad de  $f$
- Demostrar que  $\forall y > 0$ , existe  $x \in (0, 1)$  tal que  $y = f(x)$ .  
Usar este resultado para deducir que  $f$  restringida al dominio  $(-1, 1)$  es epiyectiva en  $\mathbb{R}$ .

**P2.** Sea  $f$  una función de variable real denida como  $f(x) = \sqrt[851]{1-x^{2022}}$

- Encontrar Dominio, ceros y paridad de  $f$
- Estudiar el crecimiento de  $f$  y su Imagen.

**P3.** Considere la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|-1} & \text{si } |x| > 1 \\ [x]\sqrt{1-x^2} & \text{si } |x| \leq 1, \end{cases}$$

donde  $[x]$  denota a la parte entera de  $x$  (el mayor número entero, menor o igual a  $x$ ). Se pide:

- Estudie el crecimiento de  $f$  por separado en los intervalos  $[-1, 0)$  y  $[0, 1]$ .
- Estudie el crecimiento de  $f$  por separado en los intervalos  $(1, \infty)$  y  $(-\infty, -1)$ .
- Demuestre que  $\forall x \in (1, \infty)$  se cumple  $f(x) > 1$ .
- Indique paridad, ceros e inyectividad de  $f$ .
- Usando lo anterior, indique  $Im(f)$  y grafique  $f$  esquemáticamente, indicando los puntos importantes.

**P4.** Considere la función  $x \rightarrow g(x) = x - [x]$ , donde  $[x]$  denota la función parte entera.

Determine el  $dom(g)$ , conjunto imagen de  $g$ , ceros de  $g$  e indique si  $g$  es una función par o impar.

Bosqueje el gráfico de  $g$

## Recuerdos y Consejos

**Dominio:** es el mayor conjunto  $A$ , tal que  $\forall x \in A$ ,  $f(x)$  esta bien definido.

**Codominio:** es el conjunto  $B$ , en el cual,  $\text{forall } x \in \text{Dom}(f)$ ,  $f(x) \in B$ .

**Ceros** de una función:  $\{x \in \text{Dom}(f)\}$  tal que  $f(x) = 0$ .

**Conjunto Imagen:**  $f(A) = \{y \in \mathbb{R} \mid \exists x \in A \wedge f(x) = y\}$

**Función par:**  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = f(-x)$

**Función impar:**  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -f(-x)$

**Monotonía de una función:**  $f$  es creciente en  $A$ , si  $\forall x_1, x_2 \in A$ ,  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$  y análogo el caso de decreciente.

**Función inyectiva** Una función se dirá inyectiva ssi  $[f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2]$

**Función sobreyectiva** Una función se dirá sobreyectiva ssi recorrido =  $\text{Im}(f)$ .

**Biyectiva** Si se cumple que  $f$  es inyectiva y epiyectiva, se dirá biyectiva.