MA1001-1 Introducción al Cálculo
Profesor: Sebastián Donoso
Auxiliares: Vicente Salinas
Dudas: vicentesalinas@ing.uchile.cl

Auxiliar 6: Trigonometría

30 de septiembre de 2022

P1. Pruebe las siguientes identidades:

a) $\sin(2x) = \dfrac{2\tan(x))}{1+\tan^2(x)}$

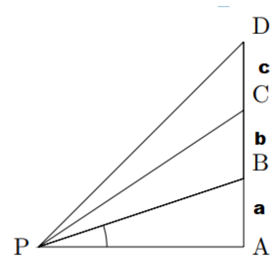
b) $\cos(2x) = \dfrac{1 - tan(x)^2}{1+\tan(x)^2}$

c) $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$

d) $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$

P2. Demuestre que $\tan(4u) = \dfrac{4\tan u - 4\tan^3 u}{1 - 6\tan^3 u + tan^4 u}$

P3. Una persona mira desde el punto P el edificio AD de la figura, de modo que el ángulo α que subtienden los primeros pisos (AD) es igual al ángulo que subtienden los últimos pisos (CD). Si se conocen a, b y c, pero no los ángulos, encuentre la distancia $x = PA$ en función de a, b y c.
Indicación: $\tan(\alpha) = \dfrac{a}{x}$; $\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{a+b}{x}$; $\tan(2\alpha+\beta) = \dfrac{a+b+c}{x}$



P4. *a*) Demuestre la identidad

$$\forall \alpha \in \mathbb{R}, \sin^4(\alpha) + 4\cos^2(\alpha) = (1+\cos^2(\alpha))^2$$

b) Use *a*) para probar la identidad

$$(\sqrt{\sin^4(\alpha) + 4\cos^2(\alpha)} - \cos(2\alpha))^2 = \cos^4(\alpha) + 4\sin^2(\alpha)$$

Recuerdos y Consejos

Descripción general de funciones seno, coseno y tangente.
a) $\sin(x)$: Dominio: $\mathbb{R}$, Recorrido: $[-1,1]$, impar, periódica de periodo 2π, ceros= $\sin^{-1}(\{0\}) = \{x = k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$. Positiva entre 0 y π, creciente entre 0y $\frac{\pi}{2}$, decreciente entre $\frac{\pi}{2}$ y π.
b) $\cos(x)$: Dominio: $\mathbb{R}$, Recorrido: $[-1,1]$, par, de periodo 2π, ceros= $\cos^{-1}(\{0\}) = \{x = \frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$. Positiva entre 0 y $\frac{\pi}{2}$ y negativa entre $\frac{\pi}{2}$ y π, decreciente entre 0 y π.
c) $\tan(x)$: Dominio: $\mathbb{R}$ excluyendo los ceros de $\cos(x)$, Recorrido: $\mathbb{R}$, impar, periódica de periodo π, ceros son los del $\sin(x)$, positiva entre 0 y $\frac{\pi}{2}$ y negativa entre $\frac{\pi}{2}$ y π y estrictamente creciente en $\left(-\frac{\pi}{2} + K\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$.

Funciones reciprocas

1. $\sec(x) = \dfrac{1}{\cos(x)}$
2. $\csc(x) = \dfrac{1}{\sin(x)}$
3. $\cot(x) = \dfrac{\cos(x)}{\sin(x)}$

Identidad suma de ángulos
$\sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \sin(y)\cos(x)$
$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$

Considere el Δ_{ABC}, con lados a, b y c opuestos a los ángulos A, B y C.

Teorema del seno
$$\frac{\sin(A)}{a} = \frac{\sin(C)}{b} = \frac{\sin(C)}{c}$$

Teorema del coseno
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(C)$

x° (grados)	x (radianes)	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\tan(x)$
0°	0	0	1	0
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	-
180°	π	0	-1	0
270°	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	-