MA1001 Introducción al Cálculo

Auxiliar Extra C3

17 de noviembre de 2022

P1. Si existen, calcule los siguientes limites, Justificando sus pasos en cada caso.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \ln\left(1+\frac{1}{k}\right)$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n+5}{n}\right)^n$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{8^n + n^{2000}7^n + e^n}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} e^{\frac{k}{n}}$

P2. Considera la sucesión (s_n) definida por la recurrencia del siguiente modo: $s_1 = 1, s_{n+1} = \sqrt{s_n + 2}$ para $n \geqslant 1$. Determine si s_n converge.

P3. Calcule los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 1} (1-x)\tan\left(\frac{x\pi}{2}\right)$

b) $\lim\limits_{x\to \pi} \frac{e^{a(x-\pi)} - e^{b(x-\pi)}}{x^2 - \pi^2}$

c) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{2^x - 4}{x-2}$

d) $\lim\limits_{x\to 0} \left(1 + \frac{x}{x^2+1}\right)^{\frac{1}{x}}$

P4. Calcule los siguientes por definición $\varepsilon - \delta$:

a) $\lim\limits_{x\to 0} x\sin\left(\frac{1}{x}\right)$

b) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{3+x}}{x}$

Recuerdos y Consejos

Límites conocidos

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$
2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln(x)}{x-1} = 1$
3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x)}{x} = 1$
4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos(x)}{x^2} = \dfrac{1}{2}$

Límite de la composición:
$\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = u_0$ entonces $\lim\limits_{x\to x_0} f(g(x)) = \lim\limits_{u\to u_0} f(u) = L$

Límites laterales
$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L \iff \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = L$

Definición límite $\varepsilon - \delta$
$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L \iff (\forall\varepsilon > 0)(\exists\delta > 0)(\forall x \in Dom(f))|x - x_0| \leqslant \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| \leqslant \varepsilon$

Límite por sucesiones
$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L \iff (\forall x_n)$ tal que $x_n \to x_0$ se cumple que $f(x_n) \to f(x_0)$