MA1001/MA1101- Secciones 1/9, Otoño 2022
Auxiliares: Javier Santidrián Salas - Patricio Yáñez Alarcón

TPCA 2 (Todes Pasamos Cálculo y Álgebra)

Fecha: 22/04/22

Álgebra

P1. Particiones

Para $n \in \mathbb{R}$, se define el siguiente conjunto:

$$L_n = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : y = x + n\}$$

Pruebe que $\mathcal{C} = \{L_n : n \in \mathbb{R}\}$ es una partición de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

P2. Funciones

Sean A, B, C, D cuatro conjuntos no vacíos y $f : A \to C$ y $g : B \to D$ dos funciones biyectivas. Se define $\mathcal{F}_{A,B} := \{\alpha : A \to B \mid \alpha \text{ es función}\}$ y $\mathcal{F}_{C,D} := \{\beta : C \to D \mid \beta \text{ es función}\}$. Considere $\varphi : \mathcal{F}_{A,B} \to \mathcal{F}_{C,D}$ definida para cada $\alpha \in \mathcal{F}_{A,B}$ por $\varphi(\alpha) = g \circ \alpha \circ f^{-1}$.

a) Justifique que φ está bien definida y muestre de dos formas distintas que es una biyección.

b) Pruebe que $\forall \alpha \in \mathcal{F}_{A,B}$, α es inyectiva (epiyectiva) $\iff$ $\varphi(\alpha)$ es inyectiva (epiyectiva).

Cálculo

P1. ***[Completitud de funciones]***

Sea $f(x) = \dfrac{|x| + 1}{|x| - 1}$

a) Determine dominio, ceros, paridad y periodicidad de f

b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f

c) Bosqueje el gráfico de f y determine su recorrido

P2. ***[Teóricamente funcionamos?]***

Para $a, b \in \mathbb{R}$ se defina la función $f_{a,b}(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ por la fórmula:

$$f_{a,b}(x) = ax + b, x \in \mathbb{R}$$

a) Demuestre que $f_{1,b} \circ f_{a,0} = f_{a,b}$

b) Si $a \neq 0$, demuestre que $f_{a,b}$ es biyectiva y determine $f_{a,b}^{-1}$

c) Si $a \neq 0$, determine $p, q \in \mathbb{R}$ tales que $f_{a,b} \circ f_{p,q} = f_{b,a}$