

MA1101 Introducción al Cálculo**Profesor:** Leonardo Sánchez C.**Auxiliar:** Patricio Yáñez A y Javier Santidrián**Consultas:** pyanez@dim.uchile.cl**Auxiliar 10: Preparación C3**

14 de Noviembre

P1. [Calcular límite] Calcule.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n \ln \left(\frac{k+1}{k} \right)$$

P2. [Calcular Límites] Calcular los siguientes límites, si es que existen

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \ln(1 + e^n + e^{2n} + e^{3n})$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{2n} \right)^n$$

$$c) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{n+2}{2n} \right)}$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + b}{a^n - n} \text{ En los casos } a \in (0, 1) \wedge a > 1$$

P3. [Recordemos convergencia]

Demuestre usando la definición de convergencia.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n - (-1)^n} = 0$$

P4. [Constante Euler-Mascheroni] BRÍGIDODemuestre que $X_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln(n)$ e $Y_n = X_n - \frac{1}{n}$ son convergentes y que tienen igual límite.**P5. [Demuestre usando la definición $[\epsilon, \delta, m \text{ y } M]$ según corresponda]** Calcule.

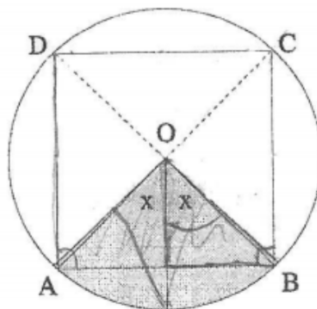
$$\text{I } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

$$\text{II } \lim_{x \rightarrow 0^+} \sin \frac{1}{x} = \text{no existe } \clubsuit$$

$$\text{III } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-6}{2} = 1$$

$$\text{IV } \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 - 1 = 1$$

P6. [Calcular Límite] Considere la circunferencia de centro O y radio r de la figura en la que se ha inscrito el rectángulo ABCD.



Se pide calcular:

$$\lim_{\widehat{AB} \rightarrow 0} \frac{\text{O}\{AOB\}}{\square\{ABCD\}}$$

P7. [Funcionamos? versión n-ésima]

Considere la función $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{(1 + e^x) \cdot (x^2 - 4)}$$

- a) Estudie la función
- b) Determine si las rectas $x = 2$ y $x = -2$ son o no asíntotas verticales de f , justifique.
- c) Calcule $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Averigüe si existen asíntotas horizontales a través de su ecuación.
- d) Calcule si existen o no asíntotas oblicuas.

P8. [PROPUESTO ANÁLOGO AL ANTERIOR] Considere la función definida por $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$.

Se pide:

- a) Encontrar dominio, ceros, signos, paridad y asíntotas.
- b) Demostrar que $\forall x_1, x_2 \in \text{Dom}(f)$:

$$f(x_2) - f(x_1) = \frac{(x_1 - x_2)(1 + x_2x_1)}{(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)}$$

Use este resultado para estudiar crecimiento de f .

VER LUEGO DE HABER TEMRINADO

Solucion importante, existen asintotas horizontales y verticales, en $x = -1, x = 1$ y $y = 0$, no hay oblicuas

P1. Calcule los siguientes límites:

- a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 2}{\cos(\pi x)}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x + 2}}{x - 2}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x - x}{x^k}$ con $k = 1, 2$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos[x]}{[x]^2}$
- e) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x(|x - 3| - 5)}{x^2 - 4}$

P2. Usando cambio de variables, calcule los siguientes límites:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\pi x)}{\operatorname{sen}(x^2)}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(3 - x)}{e^{2(x-2)} - 1}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x}}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{x^2}}{x - x^2}$
- e) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

P3. Usando límites laterales calcule el siguiente límite si es que existe:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\operatorname{sen} x| - |x|}{x}$$

