MA1101 Introducción al Cálculo
Profesor: Leonardo Sánchez C.
Auxiliar: Patricio Yáñez A y Javier Santidrián
Consultas: pyanez@dim.uchile.cl

Auxiliar 12:último Baile

28 de Noviembre

- Función derivable en x_o: Diremos que $f : (a,b) \to \mathbb{R}$ es derivable en el punto $x_o \in (a,b)$ si existe el límite:

$$f'(x_o) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_o)}{x - x_o}$$

O equivalentemente:

$$f'(x_o) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_o + h) - f(x_o)}{h}$$

- Función derivable: Diremos que una función $f : (a,b) \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es derivable, si es derivable para todo $x_o \in (a,b)$

- Derivadas conocidas: Algunos resultados típicos son:
    - $(x)' = 1$
    - $(x^n)' = nx^{n-1}$
    - $(sin(x))' = cos(x)$
    - $(cos(x))' = -sin(x)$
    - $(ln(x))' = \dfrac{1}{x}$
    - $(e^x)' = e^x$
    - $(cte)' = 0$

- Reglas de derivación: Se obtienen a partir de las propiedades de los límites:
    - $(f + g)'(x_o) = f'(x_o) + g'(x_o)$
    - $(f \cdot g)'(x_o = f'(x_o)g(x_o) + f(x_o)g'(x_o))$
    - $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x_o) = \dfrac{f'(x_o)g(x_o) - f(x_o)g'(x_o)}{(g(x_o)^2}$

- Regla de la cadena: Sea f diferenciable en x_o y sea g diferenciable en $y = f(x_o)$, entonces $g \circ f$ es diferenciable en x_o, y además:

$$(g \circ f)'(x_o) = g'(f(x_o)) \cdot f'(x_o)$$

P1. Calcule las derivadas de las siguientes funciones utilizando las reglas básicas

a. $f(x) = x^4 + 3x^2 - 6$
b. $f(x) = (a + x)\sqrt{a - x}$
c. $f(x) = tan(x)$
d. $f(x) = sen(x) + \dfrac{1}{2x} - \dfrac{1}{3x^2}$
e. $f(x) = \dfrac{x^2}{x - sen(x)}$
f. $f(x) = \dfrac{2x^5 + 4x}{cos(x)}$
g. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} + tan(x) + \dfrac{1}{tan(x)}$
h. $f(x) = \dfrac{x^2 ln(x)}{cos(x)}$
i. $f(x) = \dfrac{e^x + sen(x)}{xe^x}$
j. $f(x) = \dfrac{e^x cos(x)}{1 - sen(x)}$

P2. Calcule las derivadas de las siguientes funciones utilizando regla de la cadena

a. $f(x) = e^{3x^2}$
b. $f(x) = (x^2 + 4x + 6)^4$
c. $f(x) = sen^2(x)$
d. $f(x) = \sqrt[3]{3x^3 + 4x}$
e. $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x}}$
f. $f(x) = sen(sen(x^2 + 1))$
g. $f(x) = tan\left(\frac{1}{x}\right)$
h. $f(x) = e^{tan(x^2)+x^2}$
i. $f(x) = ln(x + \sqrt{1 + x^2})$
j. $f(x) = \sqrt[3]{\dfrac{x^2 + 3x + 1}{ln(3x)}}$

P3. Considere las funciones

$$cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$
$$sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$
$$tanh(x) = \frac{sinh(x)}{cosh(x)}$$

a) Derive $cosh(x)$.
b) Derive $sinh(x)$.
c) Use lo anterior para obtener la derivada de $tanh(x)$. (use reglas de derivadas para fracciones)

P4. ***[Demuestre usando la definición*** $[\epsilon, \delta, m$ ***y*** $M]$ ***según corresponda]*** Calcule.

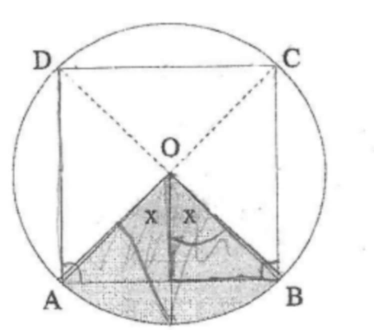
I $\lim\limits_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$

II $\lim\limits_{x \to 0^+} \sin \dfrac{1}{x} =$ no existe ♣

III $\lim\limits_{x \to 8} \dfrac{x - 6}{2} = 1$

IV $\lim\limits_{x \to 1} 2x^2 - 1 = 1$

P5. ***[Calcular Límite]*** Considere la circunferencia de centro O y radio r de la figura en la que se ha inscrito el rectángulo ABCD.



Se pide calcular:
$$\lim_{\widehat{AB} \to 0} \frac{\bigcirc\{AOB\}}{\square\{ABCD\}}$$

P6. ***[Funcionamos? versión n-ésima]***
Considere la función $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{(1 + e^x) \cdot (x^2 - 4)}$$

a) Estudie la función

b) Determine si las rectas $x = 2$ y $x = -2$ son o no asíntotas verticales de f, justifique.

c) Calcule $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. Averigüe si existen asíntotas horizontales a través de su ecuación.

d) Calcule si existen o no asíntotas oblícuas.

P7. [**PROPUESTO ANÁLOGO AL ANTERIOR**]Considere la función definida por $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$.
Se pide:

a) Encontrar dominio, ceros, signos, paridad y asíntotas.

b) Demostrar que $\forall x_1, x_2 \in Dom(f)$:

$$f(x_2) - f(x_1) = \frac{(x_1 - x_2)(1 + x_2 x_1)}{(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1)}$$

Use este resultado para estudiar crecimiento de f.

VER LUEGO DE HABER TEMRINADO
Solucion importante, existen asintotas horizontales y verticales, en $x = -1$,$x = 1$ y $y = 0$, no hay oblicuas

Gracias por alegrarme cada día Lunes :,) $\leq$3