



Auxiliar 6: Primitivas y Sustituciones Trigonométricas

Proposición 1 (Integración por Partes). Sean u y v dos funciones de x , entonces:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Donde $dv = v'(x)dx$ y $du = u'(x)dx$, para recordar la fórmula tenemos la siguiente frase "Sentado Un Día Vi Una Vaca Sentada Vestida De Uniforme"

Observación 1. Cuando en una integral figuren expresiones del tipo que se indica, los siguientes cambios de variable son convenientes:

1. Para $a^2 + x^2$, usar $x = a \tan(v)$ o bien $x = a \sinh(t)$
2. Para $a^2 - x^2$, usar $x = a \sin(v)$ o bien $x = a \cos(v)$
3. Para $x^2 - a^2$, usar $x = a \sec(v)$ o bien $x = a \cosh(t)$

Observación 2. Considerando la integral del tipo:

$$\int R(\sin(x), \cos(x)) dx$$

En donde R es una función racional en la cual se operan solo $\sin(x)$ y $\cos(x)$ se aconseja el cambio de variable $t = \tan(\frac{x}{2})$

Funciones trigonométricas en función de las otras cinco²

En términos de	sen	cos	tan	cot	sec	csc
sen θ	sen θ	$\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta)$	$\frac{\tan \theta}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}$	$\frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 \theta}}$	$\frac{\sqrt{\sec^2 \theta - 1}}{\sec \theta}$	$\frac{1}{\csc \theta}$
cos θ	$\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)$	cos θ	$\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}$	$\frac{\cot \theta}{\sqrt{1 + \cot^2 \theta}}$	$\frac{1}{\sec \theta}$	$\frac{\sqrt{\csc^2 \theta - 1}}{\csc \theta}$
tan θ	$\frac{\sin \theta}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)}$	$\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta)}{\cos \theta}$	tan θ	$\frac{1}{\cot \theta}$	$\frac{\sqrt{\sec^2 \theta - 1}}{\sec \theta}$	$\frac{1}{\sqrt{\csc^2 \theta - 1}}$
cot θ	$\frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\sin \theta}$	$\frac{\cos \theta}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta)}$	$\frac{1}{\tan \theta}$	cot θ	$\frac{1}{\sqrt{\sec^2 \theta - 1}}$	$\frac{\sqrt{\csc^2 \theta - 1}}{\csc \theta}$
sec θ	$\frac{1}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)}$	$\frac{1}{\cos \theta}$	$\frac{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}{\cot \theta}$	$\frac{\sqrt{1 + \cot^2 \theta}}{\cot \theta}$	sec θ	$\frac{\csc \theta}{\sqrt{\csc^2 \theta - 1}}$
csc θ	$\frac{1}{\sin \theta}$	$\frac{1}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta)}$	$\frac{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}{\tan \theta}$	$\frac{\sqrt{1 + \cot^2 \theta}}{\cot \theta}$	$\frac{\sec \theta}{\sqrt{\sec^2 \theta - 1}}$	csc θ

Figura 1: Relaciones trigonométricas

1. Resuelva las siguientes integrales:

▪

$$\int \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx$$

▪

$$\int \ln(x + 1) dx$$

▪

$$\int x^4 \ln(x^2) dx$$

▪

$$\int \frac{\sin(x)}{1 + \sin(x)} dx$$

▪

$$\int \frac{x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 2}{(x - 1)(x^2 + 2)^2} dx$$

Hint: analice la función para usar fracciones parciales y usar cambio de variable,