Auxiliar 7

Relaciones

Profesor: Rodolfo Gutiérrez Romo
Auxiliar: Josefa Muñoz Montenegro

P1.- Sea $\mathcal{F} = \{f : A \to \mathbb{R} \mid f \text{ es función } \wedge A \subseteq \mathbb{R}\}$. Se define la relación R en $\mathcal{F}$ por

$$fRg \Leftrightarrow \mathrm{Dom}(f) \subseteq \mathrm{Dom}(g) \wedge \forall x \in \mathrm{Dom}(f), f(x) = g(x).$$

Asumiendo que R es una relación refleja y transitiva, demuestre que R es una relación de orden.

P2.- Sean B, Ω conjuntos tales que $\emptyset \neq B \subsetneq \Omega$. Se define la relación R sobre Ω por: $xRy \Longleftrightarrow [x \in B \wedge y \in B] \vee [x \notin B \wedge x = y]$

1. Demuestre que R es relación de equivalencia.
2. Para $x \in \Omega$ cualquiera, encuentre $[x]_R$, la clase de equivalencia de x, en los siguientes casos: $x \in B$ y $x \notin B$. En ambos casos justifique su respuesta.

P3.- Se define en $\mathbb{R}$ la relación Ψ por $x\Psi y \Leftrightarrow (\exists n \in \mathbb{N} \cup \{0\})$ tal que $y - x = n$.

i. Demuestre que Ψ es una relación de orden e indique si es una relación de orden parcial o total.

P4.- Considere ahora la relación Φ definida en $\mathbb{R}$ por $x\Phi y \Leftrightarrow (\exists n \in \mathbb{Z})$ tal que $y - x = n$.

i. Demuestre que Φ es una relación de equivalencia.

ii. Dado $p \in \mathbb{Z}$, calcule la clase de equivalencia $[p]_\Phi$.

Sumatorias:

$\sum_{k=3}^{n-1}(k-2)(k+1)$. $\quad$ $\sum_{k=1}^{n} \frac{(k+1)!(1-k)}{k^2+k}$ $\quad$ $\sum_{k=n}^{m} \log\left(1+\frac{1}{k}\right)$, $n \leq m$

Probar que para todo natural mayor o igual que 1 se tiene $\sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{n+k} \leq \frac{5}{6}$.