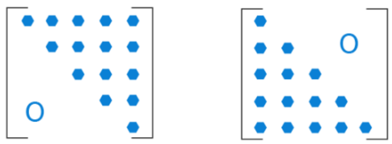
MA1102-3: Álgebra Lineal
Profesor: Alejandro Maass
Auxiliares: Nicolás Toro

Auxiliar 1

- Una matriz triangular es una matriz de la forma:



A la izquierda se le denomina triangular superior y a la derecha triangular inferior. O dicho de otra forma:

$$(A)_{ij} = \begin{cases} a_{ij}, & \text{si } i \leq j \\ 0, & \text{si } i > j \end{cases}$$

y

$$(A)_{ij} = \begin{cases} a_{ij}, & \text{si } i \geq j \\ 0, & \text{si } i < j \end{cases}$$

respectivamente.

- Una matriz diagonal es una matriz de la forma:

$$A = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & d_n \end{pmatrix}$$

O dicho de otra forma:

$$(A)_{ij} = \begin{cases} d_i, & \text{si } i = j \\ 0, & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

Observamos que una matriz diagonal es tanto triangular superior como triangular inferior.

P1. Sean $U_1, U_2 \in \mathcal{M}_{n\times n}$ matrices triangulares superiores. Muestre que U_1U_2 es triangular superior.

P2. Sean $L_1, L_2 \in \mathcal{M}_{n\times n}$ matrices triangulares inferiores. Muestre que L_1L_2 es triangular inferior.

P3. Sea $A \in \mathcal{M}_{n\times m}$ una matriz de $n \times m$, $D_1 \in \mathcal{M}_{n\times n}$ una matriz diagonal de $n \times n$ y $D_2 \in \mathcal{M}_{m\times m}$ una matriz diagonal de $m \times m$. Muestre que:

- al multiplicar D_1A, las filas de A son multiplicadas por los elementos de la diagonal de D_1
- al multiplicar AD_2, las columnas de A son multiplicadas por los elementos de la diagonal de D_2

Ahora considere $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ y verifique que lo anterior es cierto.

P4. Sean $D_1, D_2 \in \mathcal{M}_{n\times n}$ matrices diagonales. Muestre que D_1D_2 y es diagonal y que $D_1D_2 = D_2D_1$

P5. Sea $D \in \mathcal{M}_{n\times n}$ una matriz diagonal. Pruebe que D^n es diagonal y que $(D^n)_{ii} = D_{ii}^n \ \forall i = 1, ..., n$

P6. Sea $D \in \mathcal{M}_{n\times n}$ una matriz diagonal con todos sus elementos diagonales distintos de 0. Pruebe que D^{-1} es una matriz diagonal tal que $(D^{-1})_{ii} = \frac{1}{D_{ii}} \ \forall i = 1, ..., n$