**MA1102-6 Álgebra lineal**
**Profesor:** Martín Matamala
**Auxiliar:** Juan Pablo Sepúlveda

# Auxiliar 1: Manejo de matrices

15 de agosto de 2022

**P1. Calentando motores.** Sean las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & -1 \\ \frac{1}{2} & 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Desarrolle las siguientes operaciones matriciales, cuando sea posible:

*a)* $-3 \cdot B + D$

*b)* $C + D$

*c)* $A \cdot C$

*d)* $C^t \cdot D \cdot A$

*e)* $B \cdot A$

**P2. Idempotentes.** Una matriz $P$ se dice *idempotente* si cumple: $P^2 = P$. Dado eso, demustre que:

*a)* Si $P$ es idempotente, entonces:

$$\forall k \in \mathbb{N} : P^k = P$$

*b)* Si $A = (I - P)$, con $P$ idempotente, entonces $A$ es idempotente.

*c)* **Propuesto:** Si dos matrices $A, B$ son tales que $A = AB \wedge B = BA$, entonces $A$ y $B$ son idempotentes.

**P3. Me llaman el inversionista.**

*a)* Sea $A \in \mathcal{M}_{nn}(\mathbb{R})$ invertible , tal que cumple:

$$A \cdot (A^2 + 3A + I) = 0$$

Muestre que $A^{-1} = -A - 3I$

*b)* Sea $B \in \mathcal{M}_{nn}(\mathbb{R})$ invertible y tal que $B^3 = 0$. Definimos, para cualquier $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$M(\lambda) = I + \lambda B + \frac{\lambda^2}{2} B^2$$

Demuestre que $\forall \lambda, \beta \in \mathbb{R}$ :

(i) $M(\lambda + \beta) = M(\lambda) \cdot M(\beta)$

(ii) $M(\beta) \cdot M(\lambda) = M(\lambda) \cdot M(\beta)$

(iii) $M(\lambda)$ es invertible y $M(\lambda)^{-1} = M(-\lambda)$ (**Hint:** analice $M(0)$ y use *(i)* para concluir)

**P4. Diagonales.** Una matriz diagonal es una matriz cuadrada D que cumple que todos sus coeficientes $d_{ij}$ con $i \neq j$, es decir, los no que están en la "diagonal" de la matriz, son ceros. Por consiguiente, los coeficientes $d_{ii}$ (la diagonal de la matriz) son los únicos que **pueden** ser no nulos (pero pueden ser 0 también; por ejemplo, una matriz de sólo ceros es una matriz diagonal).

Sea $D$ una matriz diagonal de $n \times n$, $A$ una matriz cualquiera de dimensiones $p \times n$, y $B$ una matriz de dimensiones $n \times q$. Describa de manera precisa los productos matriciales $A \cdot D$ y $D \cdot B$. Esto es, escriba una expresión para los coeficientes $(ad)_{ij}$ y $(db)_{ij}$.