

MA1102-6 Álgebra lineal

Profesor: Martín Matamala

Auxiliar: Juan Pablo Sepúlveda



Auxiliar 14: Más matrices, más simétricas

28 de noviembre de 2022

P1. Algo más teórico Muestre que una matriz es no invertible si y sólo si tiene al cero como valor propio.

P2. Complejo lo tuyo Sean E y F matrices de 7×7 . Sean ρ_1, ρ_2 los valores propios de E y δ_1, δ_2 los valores propios de F , tales que sus multiplicidades geométricas cumplen $\gamma_E(\rho_1) = \gamma_F(\delta_1) = 5$ y $\gamma_E(\rho_2) = \gamma_F(\delta_2) = 2$.

a) ¿Son diagonalizables E y F ? Justifique.

b) Muestre que si E y F tienen los mismos sub-espacios propios, entonces $EF = FE$.

P3. Sin matriz? Fasil. Sea A matriz **simétrica** real de 3×3 con polinomio característico $P(\lambda) = (1 - \lambda)^2(3 - \lambda)$. Si además tenemos que:

$$u = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad v = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

son vectores propios de A , entonces:

a) Encuentre las multiplicidades algebraicas y geométricas de los valores propios $\lambda_1 = 1$ y $\lambda_2 = 3$.

b) Muestre que tanto u como v son vectores propios asociados al valor propio 1.

c) Encuentre un vector propio w asociado al valor propio 3.

P4. Diagon Sea la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -2 \\ 0 & 7 & -2 \\ -2 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

a) Determine el polinomio característico de A , junto con sus valores propios.

b) Encuentre la descomposición PDP^T de A .

c) En menos de 10 palabras ¿Es A invertible? Justifique.

P5. Actitud positiva. Sea $A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ simétrica, y sea $v \in \mathbb{R}^n$.

a) Muestre que v es vector de A si y solo si es vector propio de $I - A$, y calcule su valor propio asociado para $I - A$ en función de λ , su valor propio para A .

b) Muestre que $I - A$ es definida positiva si y solo si todos los valores propios de A son menores estrictos que 1.