

MA1102-6 Álgebra lineal

Profesor: Martín Matamala

Auxiliar: Juan Pablo Sepúlveda



## Auxiliar 12: Más valores y más vectores, más propios

7 de noviembre de 2022

**P1. Complejo lo tuyo.** Considere las siguientes dos matrices:

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} i & 1 \\ 0 & i \end{pmatrix}$$

Determine si son o no diagonalizables.

**P2. Soy como tú, tú eres igual** Sean las siguientes matrices:

$$B_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 5 & -8 & 5 \\ 5 & -10 & 7 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 5 & -7 & 5 \\ 5 & -10 & 8 \end{pmatrix}$$

- Encuentre los valores propios de  $B_1$  y  $B_2$
- Muestre que ambas matrices tienen los mismos subespacios propios y determine si son o no diagonalizables.

**P3. Los clásicos nunca mueren** Sea la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

- Determine los valores y vectores propios de  $A$ .
- Construya una base ortonormal de  $\mathbb{R}^3$  formada por vectores propios de  $A$ .
- Diagonalice  $A$ , esto es, encuentre la descomposición  $A = PDP^{-1}$

**P4. ???!** Considere  $A \in \mathcal{M}_{2 \times n}$ ,  $B \in \mathcal{M}_{n \times 2}$  Muestre que:

$$\det(AB) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=k+1}^n \det \begin{pmatrix} B_{k \cdot} \\ B_{j \cdot} \end{pmatrix} \cdot \det (A_{\cdot k} \quad A_{\cdot j})$$

Donde  $\begin{pmatrix} B_{k \cdot} \\ B_{j \cdot} \end{pmatrix}$  es la matriz de  $2 \times 2$  dada por poner la  $k$ -ésima y la  $j$ -ésima fila de  $B$  apiladas verticalmente, y  $(A_{\cdot k} \quad A_{\cdot j})$  es el apilamiento horizontal de las columnas  $k$  y  $j$  de  $A$