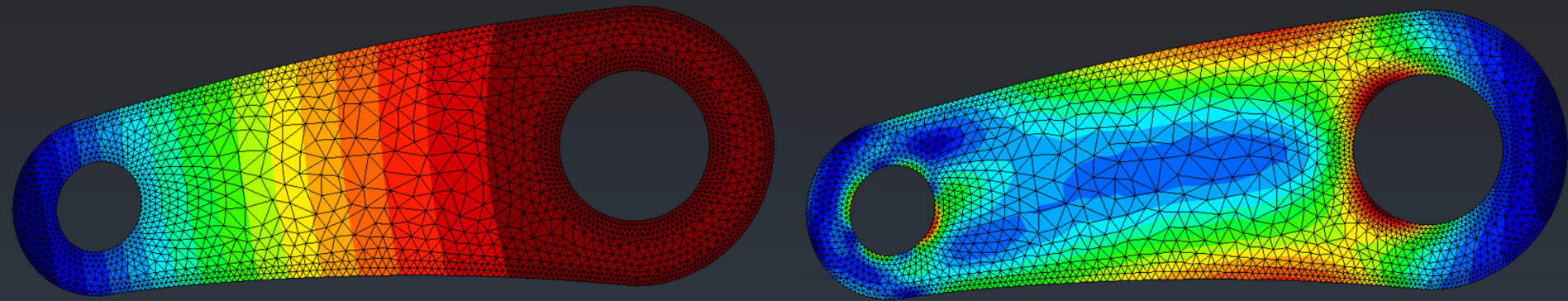


# ELEMENTOS DE MÁQUINAS

## ME5500



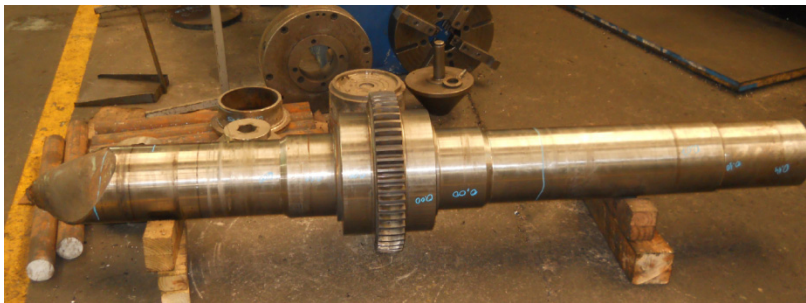
**Alejandro Ortiz Bernardin**

[aortizb@uchile.cl](mailto:aortizb@uchile.cl)

[www.camlab.cl/alejandro](http://www.camlab.cl/alejandro)

- I. Introducción a la Fatiga en Metales
- II. Método del Esfuerzo-Vida
- III. Límite de Resistencia a la Fatiga
- IV. Resistencia a la Fatiga
- V. Factores que Modifican el Límite de Resistencia a la Fatiga
- VI. Concentración del Esfuerzo y Sensibilidad a la Muesca
- VII. Esfuerzo Variables y Criterios de Falla
- VIII. Cargas Variables Combinadas

# Fallas Debidas a Cargas Variables: Fatiga



## Elementos mecánicos

### Falla por fatiga

- Ocurre después de varios ciclos de carga
- Es silenciosa y fractura final es rápida
- Puede ocurrir a niveles bajos de esfuerzo

# Fallas Debidas a Cargas Variables: Fatiga

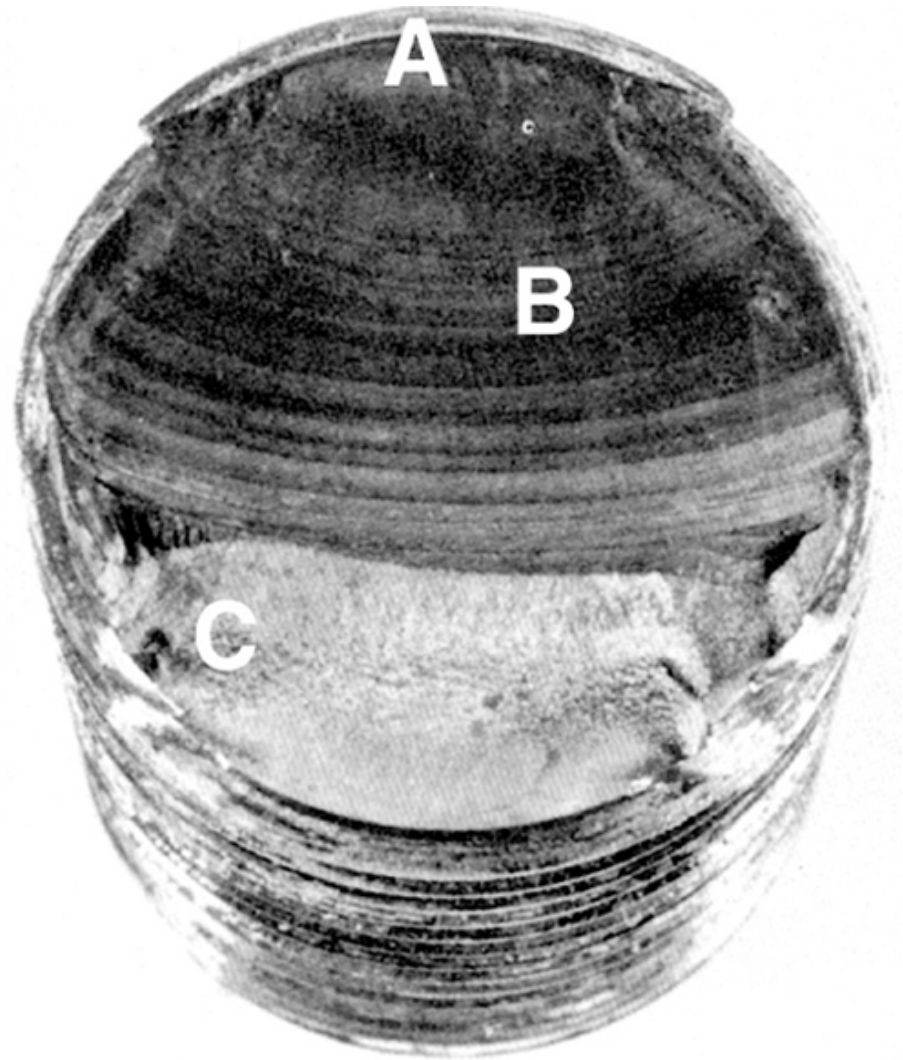


## Elementos estructurales

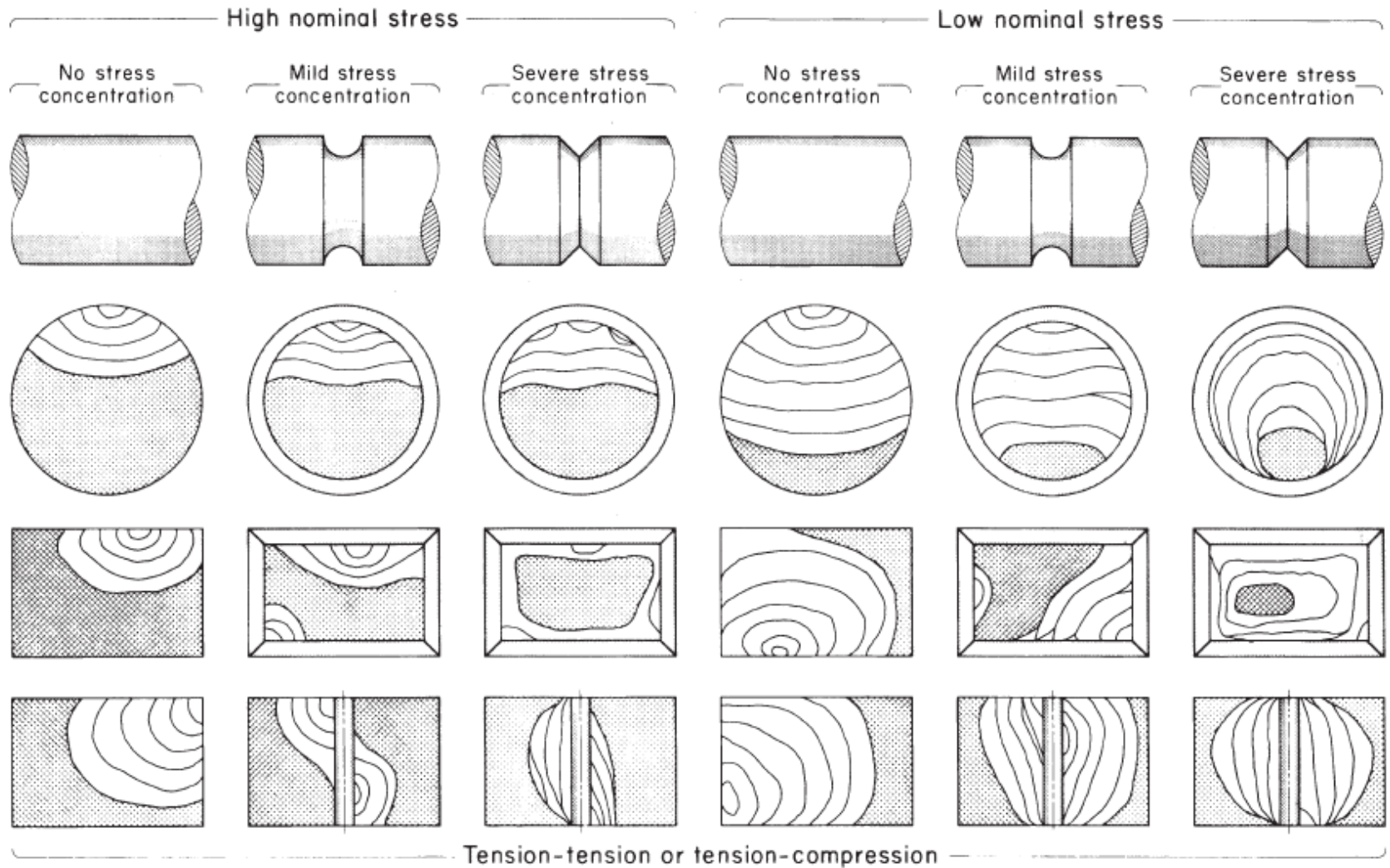


# Fallas Debidas a Cargas Variables: Fatiga

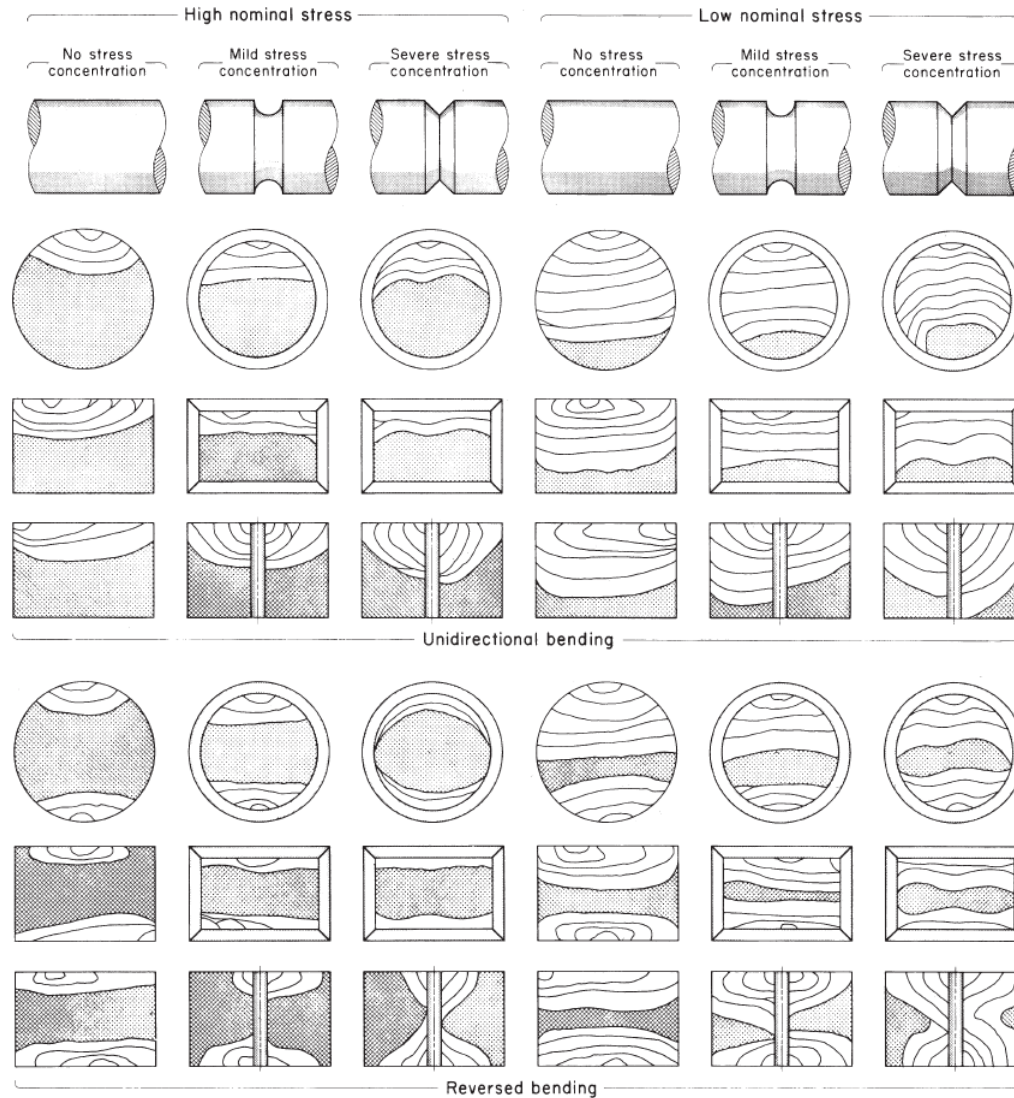
- *Etapa A*: micro-grietas por deformación plástica cíclica
- *Etapa B*: macro-grietas se abren y cierran creando *marcas de playa*
- *Etapa C*: material restante no soporta la carga y se fractura rápidamente



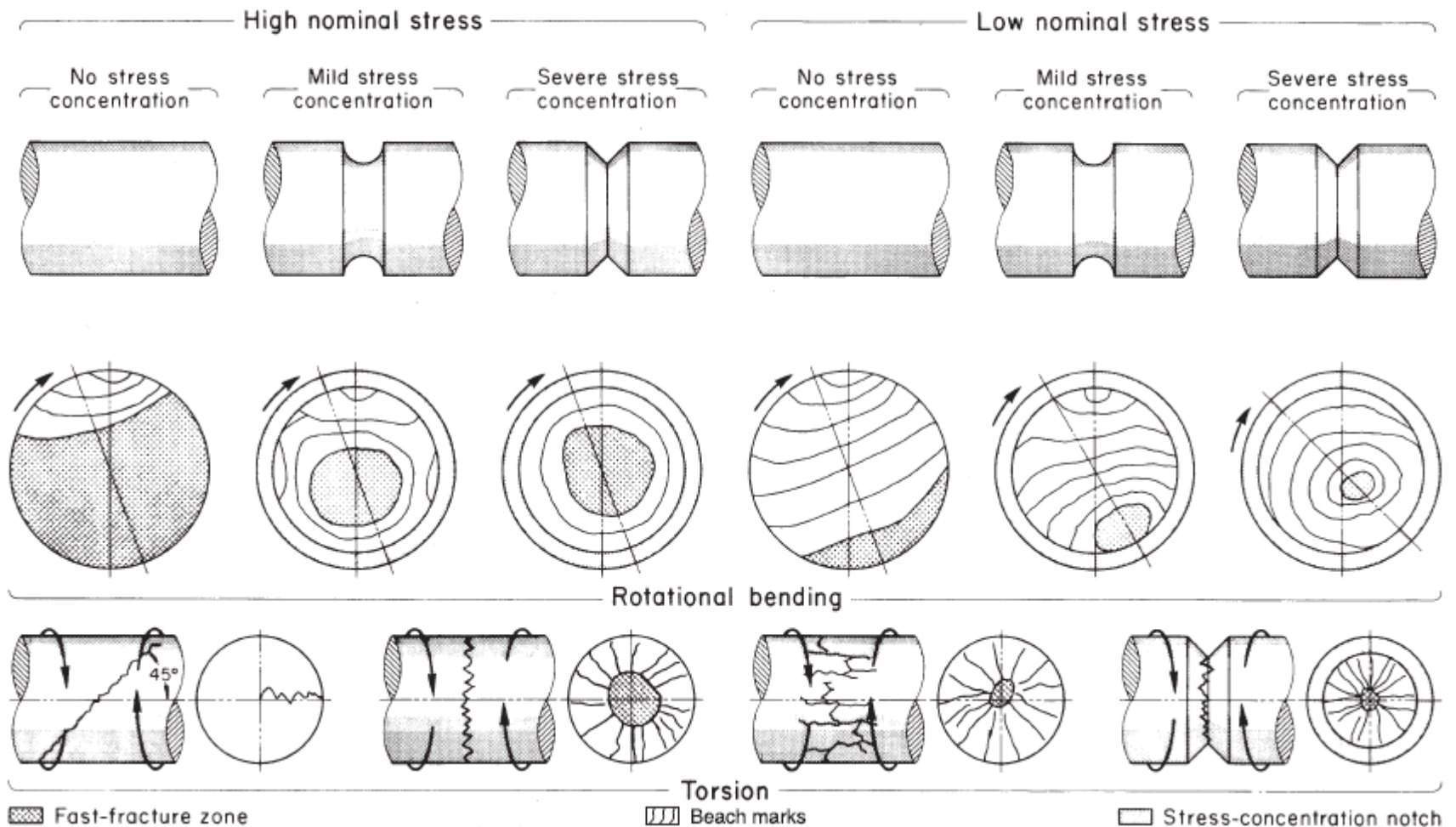
# Esquema de Superficies con Falla por Fatiga



# Esquema de Superficies con Falla por Fatiga



# Esquema de Superficies con Falla por Fatiga





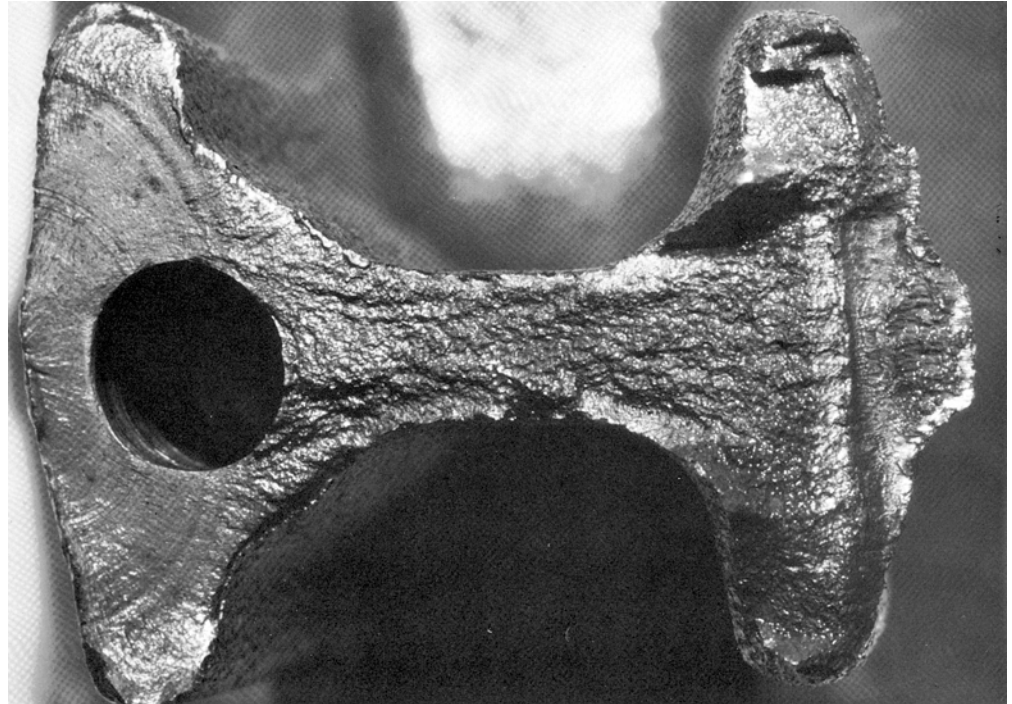
# Ejemplos de Fractura por Fatiga

- Eje de transmisión (acero AISI 4320)
- B – inicio de grieta por concentración de esfuerzos en chavetero
- C – ¿nivel de esfuerzo fractura final?



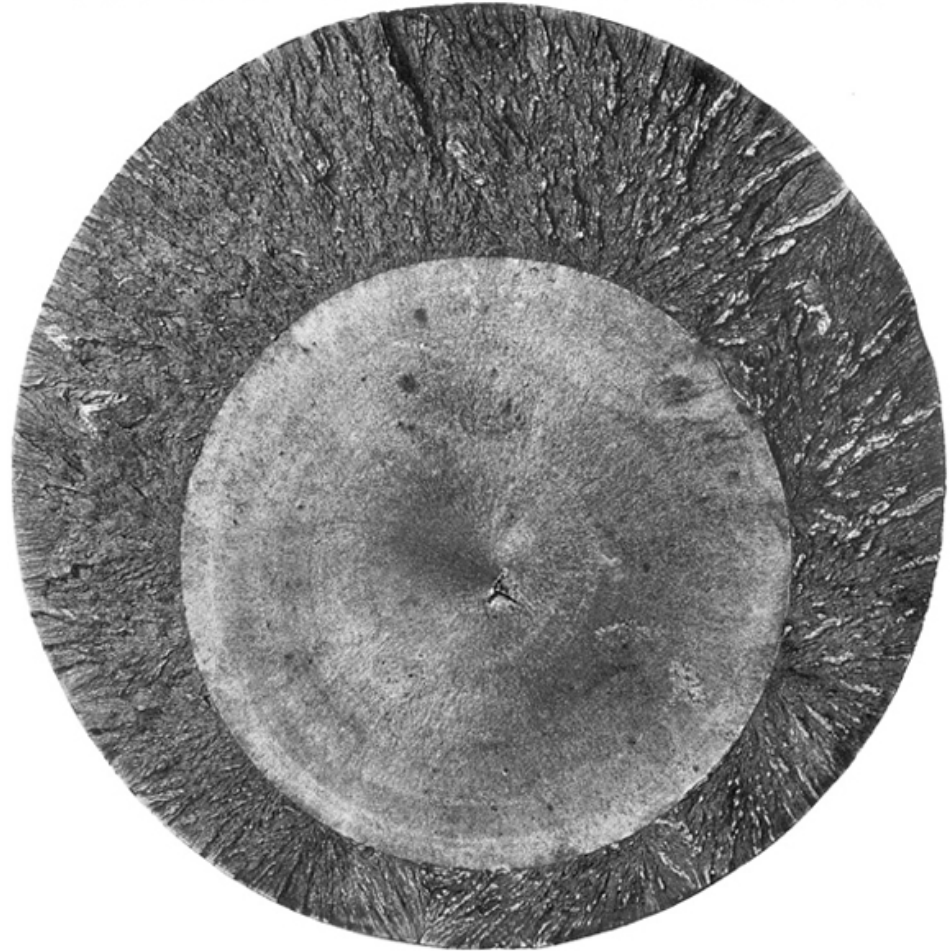
# Ejemplos de Fractura por Fatiga

- Biela forjada
- Inicio de grieta en el borde izquierdo del forjado
- ¿Nivel de esfuerzo fractura final?

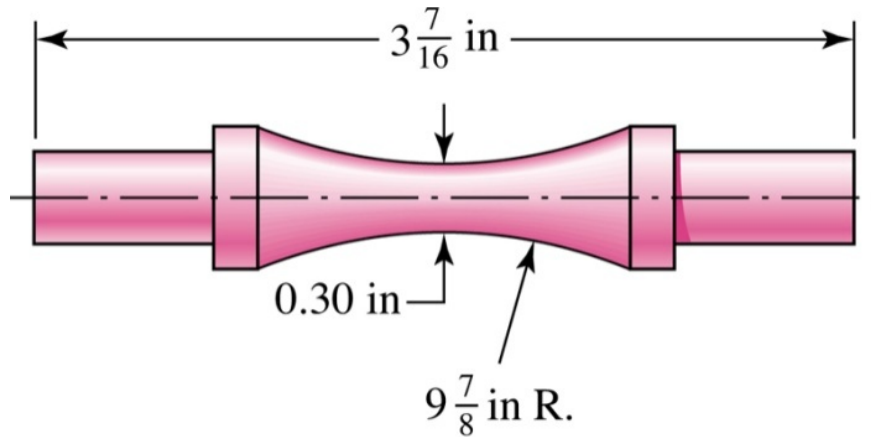


# Ejemplos de Fractura por Fatiga

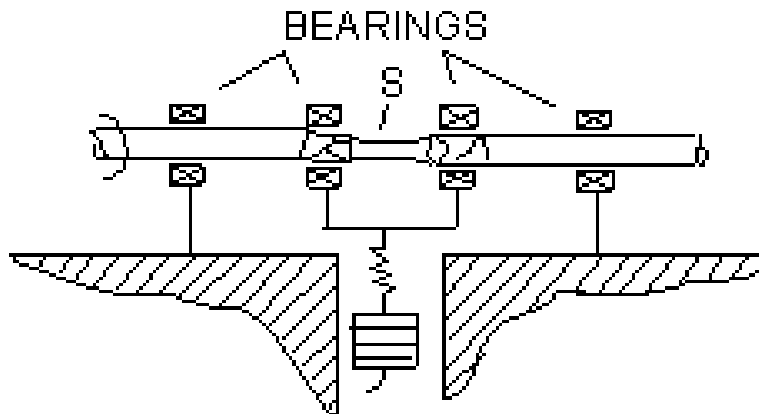
- Pistón de acero aleado forjado
- Cargado axialmente
- Inicio de grieta en el centro de la sección
- ¿Nivel de esfuerzo fractura final?



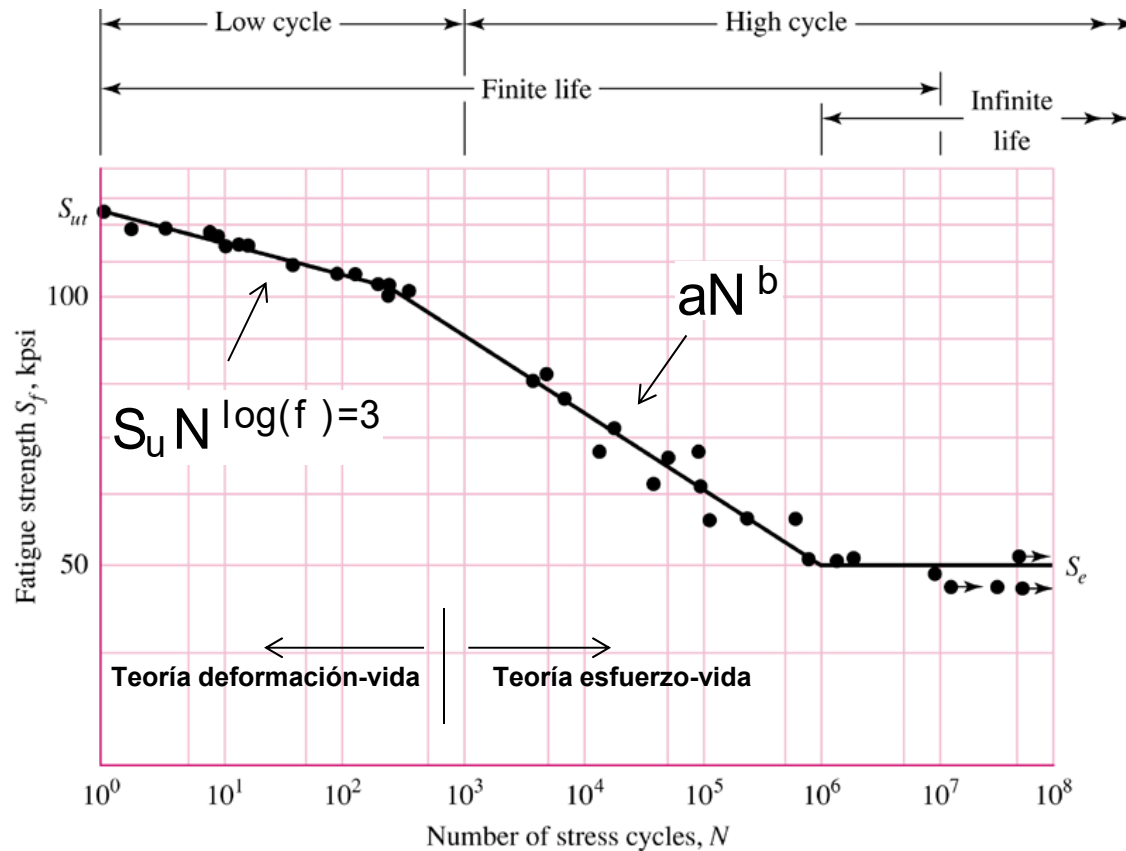
# Diagrama S-N: Ensayo de Moore



(Flexión rotatoria)



# Diagrama S-N para Aceros



$$a = \frac{(f S_{ut})^2}{S_e}$$

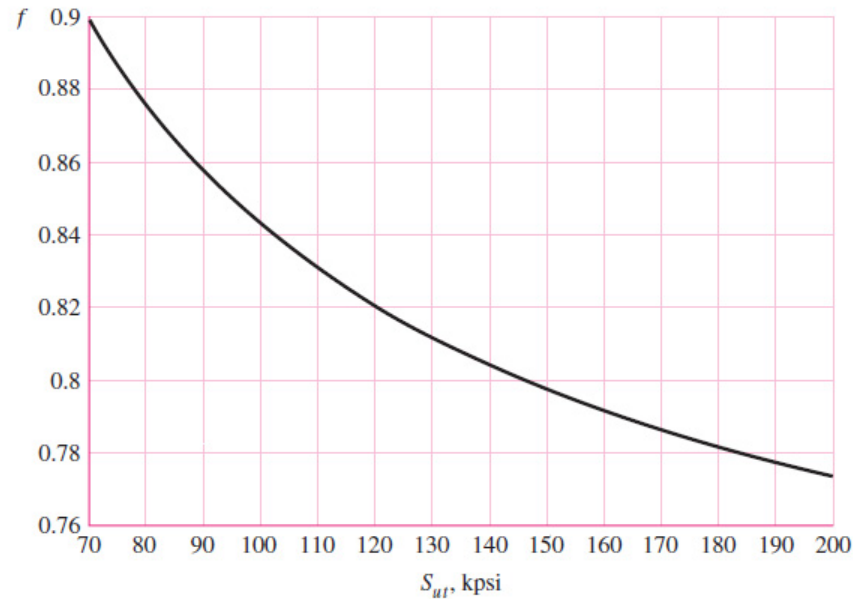
$$b = -\frac{1}{3} \log \left( \frac{f S_{ut}}{S_e} \right)$$

Si  $S_f = \sigma_{rev}$  , para  $10^3 < N < 10^6$ :  $N = \left( \frac{\sigma_{rev}}{a} \right)^{\frac{1}{b}}$

# Diagrama S-N para Aceros

**Figure 6-18**

Fatigue strength fraction,  $f$ ,  
of  $S_{ut}$  at  $10^3$  cycles for  
 $S_e = S'_e = 0.5S_{ut}$  at  $10^6$  cycles.



$$\sigma'_F = S_{ut} + 50 \text{ kpsi} \quad \text{o} \quad \sigma'_F = S_{ut} + 345 \text{ MPa}$$

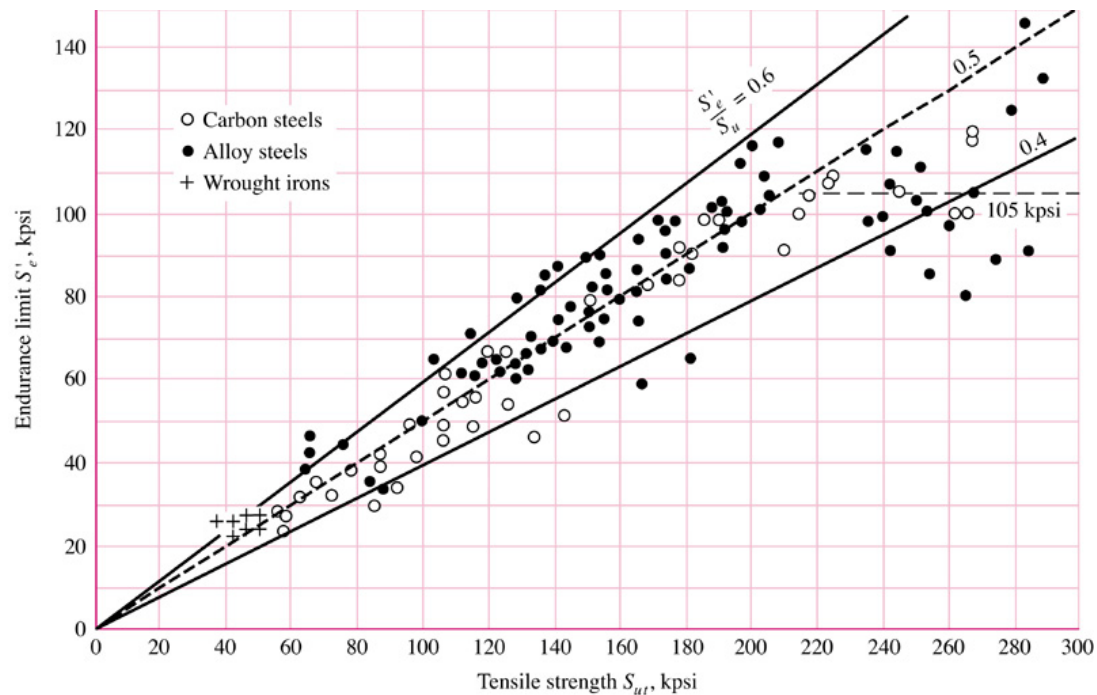
$$b = -\frac{\log(\sigma'_F/S'_e)}{\log(2N_e)}$$

$$f = \frac{\sigma'_F}{S_{ut}} (2 \cdot 10^3)^b$$

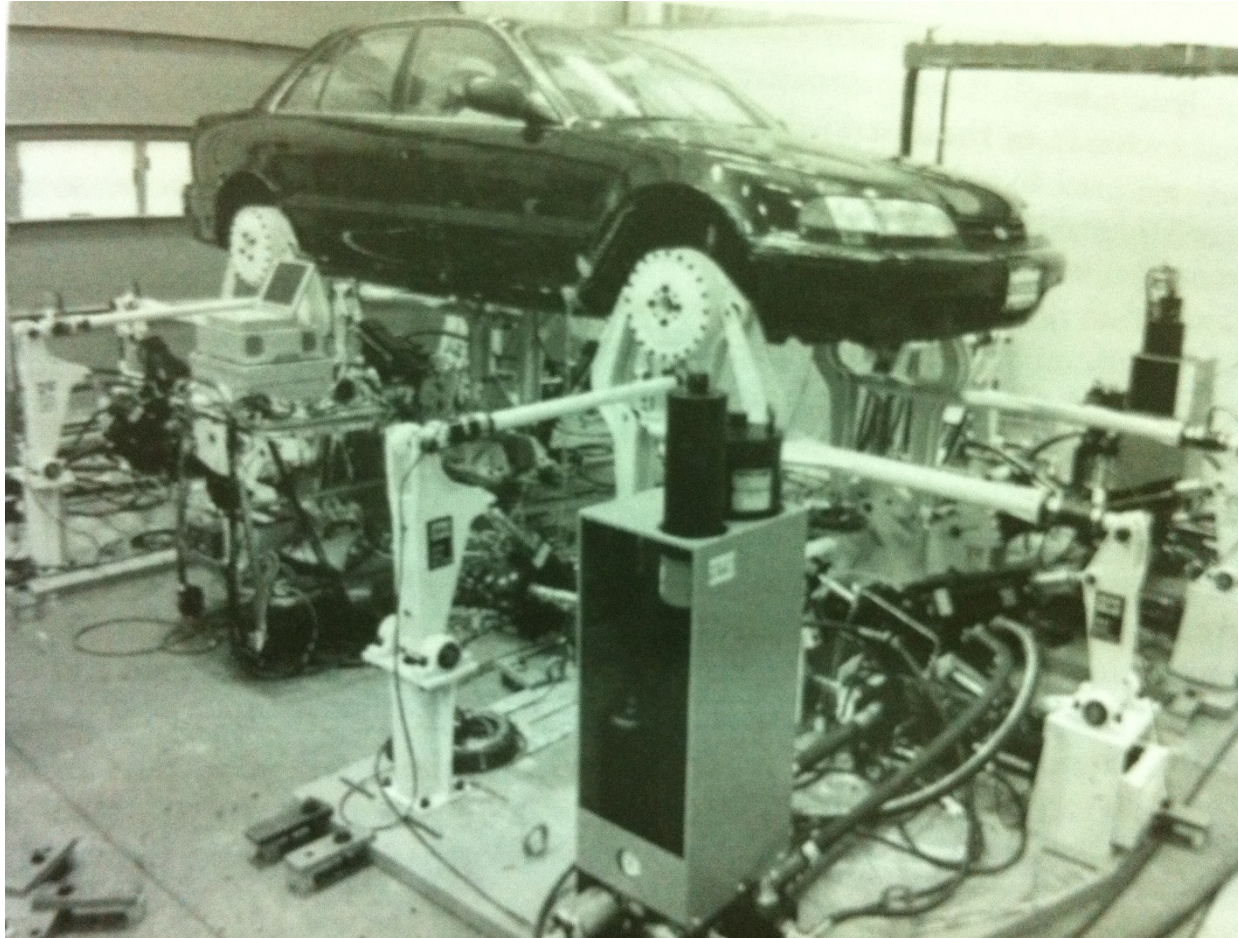
# Límite de Resistencia Teórico a la Fatiga

- Para la viga rotatoria de Moore se puede estimar como:

$$S'_e = \begin{cases} 0.5S_{ut} & S_{ut} \leq 200 \text{ kpsi (1400 MPa)} \\ 100 \text{ kpsi} & S_{ut} > 200 \text{ kpsi} \\ 700 \text{ MPa} & S_{ut} > 1400 \text{ MPa} \end{cases}$$



# Ensayos en Condiciones Reales Controladas





# Límite de Resistencia Real a la Fatiga

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$$

$k_a$  = factor de modificación de la condición superficial

$k_b$  = factor de modificación del tamaño

$k_c$  = factor de modificación de la carga

$k_d$  = factor de modificación de la temperatura

$k_e$  = factor de confiabilidad

$k_f$  = factor de modificación de efectos varios

$S'_e$  = límite de resistencia a la fatiga en viga rotatoria

$S_e$  = límite de resistencia a la fatiga en la ubicación crítica  
de una parte de máquina en la geometría y condición de uso

$$k_a = a S_{ut}^b$$

Surface Finish	Factor $a$		Exponent $b$
	$S_{ut}$ , kpsi	$S_{ut}$ , MPa	
Ground	1.34	1.58	-0.085
Machined or cold-drawn	2.70	4.51	-0.265
Hot-rolled	14.4	57.7	-0.718
As-forged	39.9	272.	-0.995

Ground = Esmerilado  
 Machined = Maquinado (mecanizado)  
 Cold-drawn = Laminado en frío  
 Hot-rolled = Laminado en caliente  
 As-forged = Como sale de la forja

From C.J. Noll and C. Lipson, "Allowable Working Stresses," *Society for Experimental Stress Analysis*, vol. 3, no. 2, 1946 p. 29. Reproduced by O.J. Horger (ed.) *Metals Engineering Design ASME Handbook*, McGraw-Hill, New York. Copyright © 1953 by The McGraw-Hill Companies, Inc. Reprinted by permission.

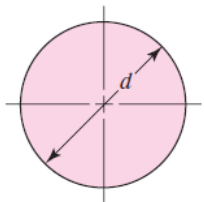
- Para flexión y torsión:

$$k_b = \begin{cases} (d/0.3)^{-0.107} = 0.879d^{-0.107} & 0.11 \leq d \leq 2 \text{ in} \\ 0.91d^{-0.157} & 2 < d \leq 10 \text{ in} \\ (d/7.62)^{-0.107} = 1.24d^{-0.107} & 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \\ 1.51d^{-0.157} & 51 < d \leq 254 \text{ mm} \end{cases}$$

- Aplica sólo para secciones redondas y en rotación
- Para carga axial  $k_b = 1$

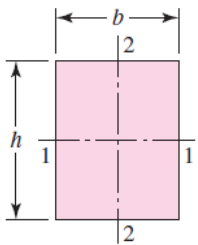
- Para otras situaciones usar un diámetro equivalente  $d_e$  en lugar de  $d$

$$k_b = \begin{cases} (d/0.3)^{-0.107} = 0.879d^{-0.107} & 0.11 \leq d \leq 2 \text{ in} \\ 0.91d^{-0.157} & 2 < d \leq 10 \text{ in} \\ (d/7.62)^{-0.107} = 1.24d^{-0.107} & 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \\ 1.51d^{-0.157} & 51 < d \leq 254 \text{ mm} \end{cases}$$



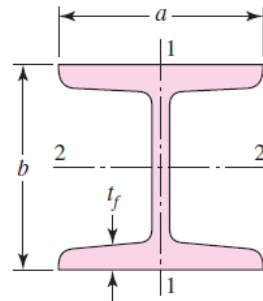
$$A_{0.95\sigma} = 0.01046d^2$$

$$d_e = 0.370d$$

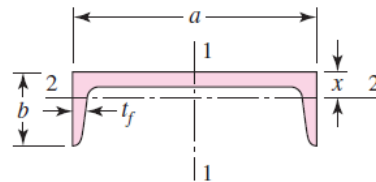


$$A_{0.95\sigma} = 0.05hb$$

$$d_e = 0.808\sqrt{hb}$$



$$A_{0.95\sigma} = \begin{cases} 0.10at_f & \text{axis 1-1} \\ 0.05ba & t_f > 0.025a \text{ axis 2-2} \end{cases}$$



$$A_{0.95\sigma} = \begin{cases} 0.05ab & \text{axis 1-1} \\ 0.052xa + 0.1t_f(b-x) & \text{axis 2-2} \end{cases}$$

- La duración a fatiga de un material cambia con el tipo de carga
- Los siguientes factores son para cargas únicas.  
(Después se estudiarán casos de carga combinados)

$$k_c = \begin{cases} 1 & \text{bending} \\ 0.85 & \text{axial} \\ 0.59 & \text{torsion}^{17} \end{cases}$$

# Factor de Temperatura

Temperature, °C	$S_T/S_{RT}$	Temperature, °F	$S_T/S_{RT}$
20	1.000	70	1.000
50	1.010	100	1.008
100	1.020	200	1.020
150	1.025	300	1.024
200	1.020	400	1.018
250	1.000	500	0.995
300	0.975	600	0.963
350	0.943	700	0.927
400	0.900	800	0.872
450	0.843	900	0.797
500	0.768	1000	0.698
550	0.672	1100	0.567
600	0.549		

\*Data source: Fig. 2-9.

# Factor de Confiabilidad

$$k_e = 1 - 0.08 z_a$$

Reliability, %	Transformation Variate $z_a$	Reliability Factor $k_e$
50	0	1.000
90	1.288	0.897
95	1.645	0.868
99	2.326	0.814
99.9	3.091	0.753
99.99	3.719	0.702
99.999	4.265	0.659
99.9999	4.753	0.620

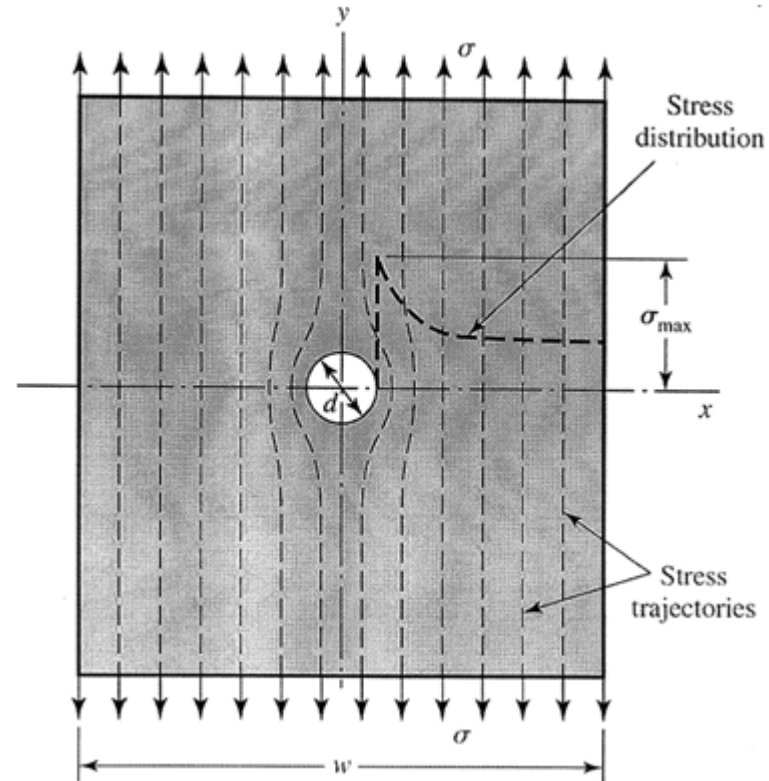
- Otros factores que podrían influir
  - Esfuerzos residuales
  - Corrosión
  - Condición de la superficie (arenada, con recubrimientos o platinada)
  - Etc.
- Disponibilidad de datos es limitada



# Concentración de Esfuerzos

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0}$$

$$K_{ts} = \frac{\tau_{\max}}{\tau_0}$$

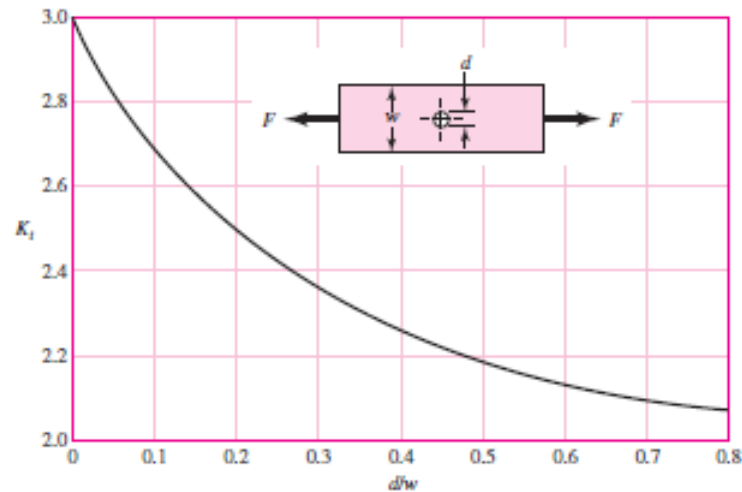


Importante cuando las cargas son variables

# Factor Teórico de Concentración de Esfuerzos

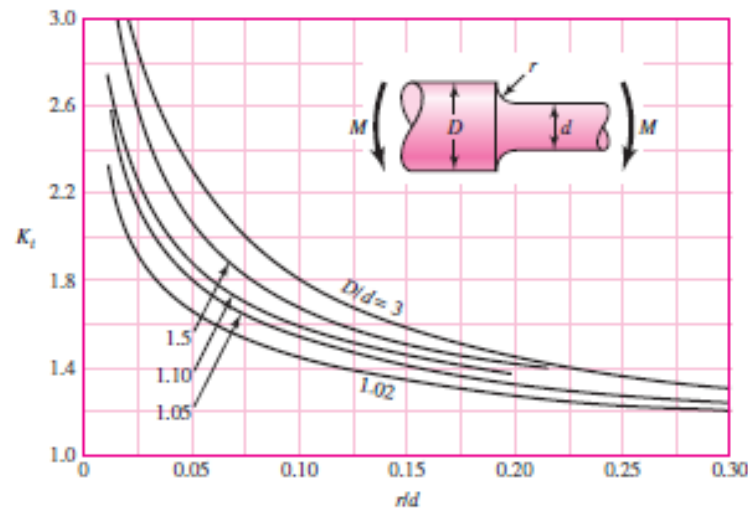
**Figure A-15-1**

Bar in tension or simple compression with a transverse hole.  $\sigma_0 = F/A$ , where  $A = (w - d)t$  and  $t$  is the thickness.



**Figure A-15-9**

Round shaft with shoulder fillet in bending.  $\sigma_0 = Mc/I$ , where  $c = d/2$  and  $I = \pi d^4/64$ .



# Factor Teórico de Concentración de Esfuerzos

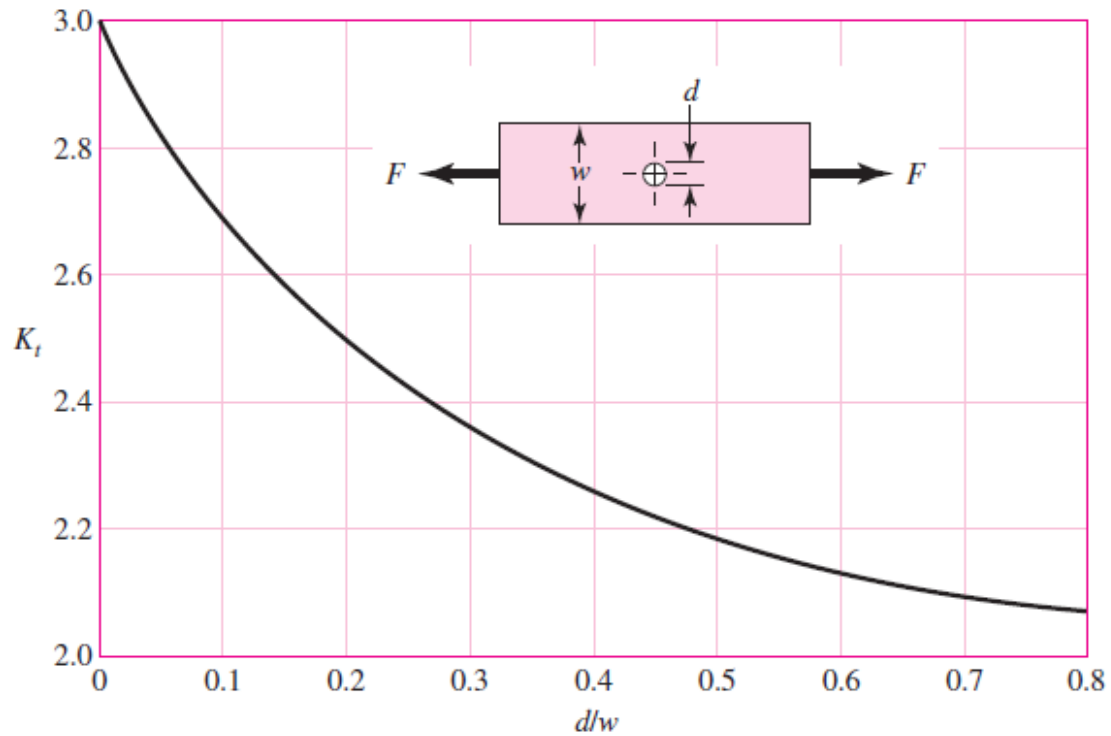


Fig. A-15 -1

# Factor Teórico de Concentración de Esfuerzos

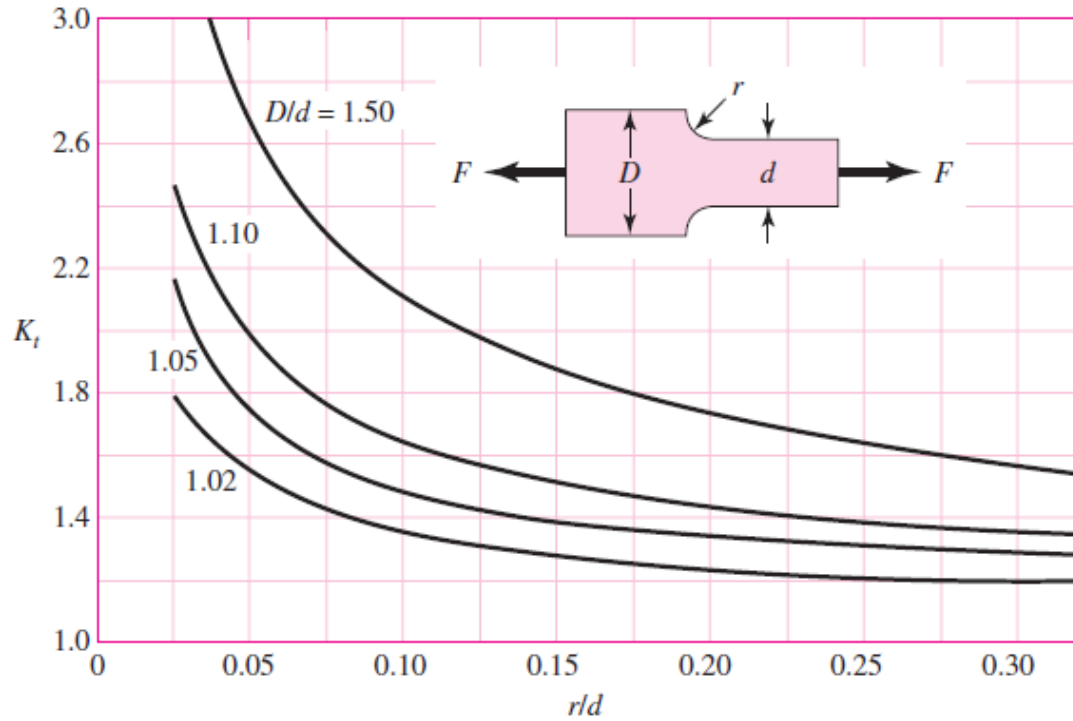
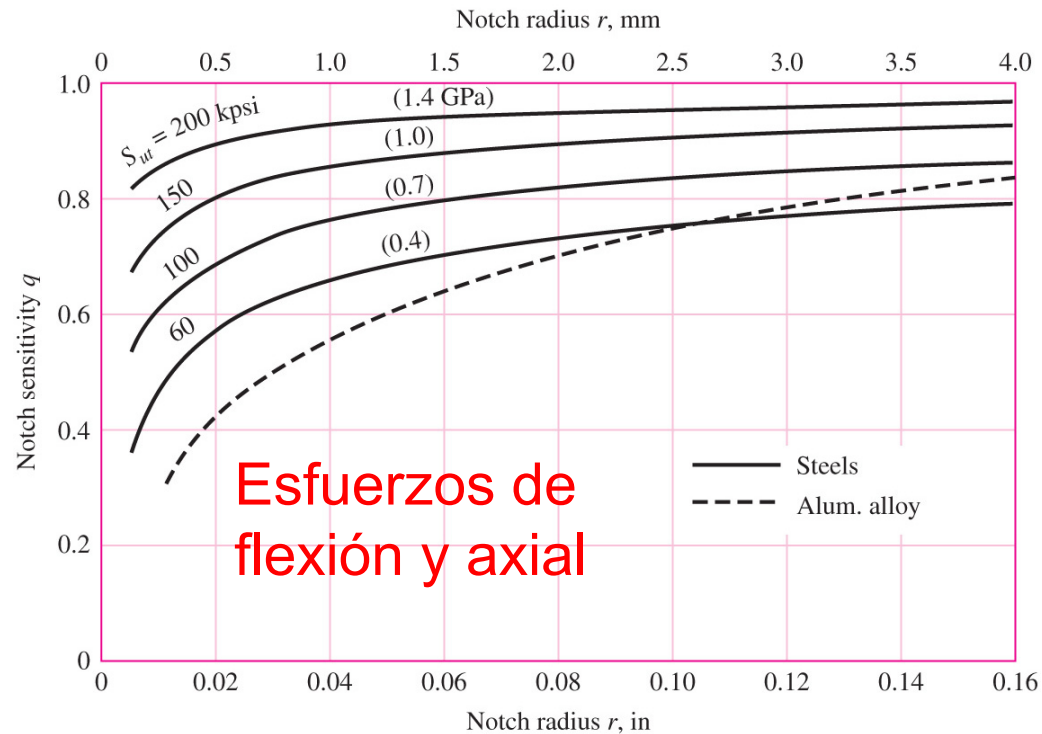


Fig. A-15-5

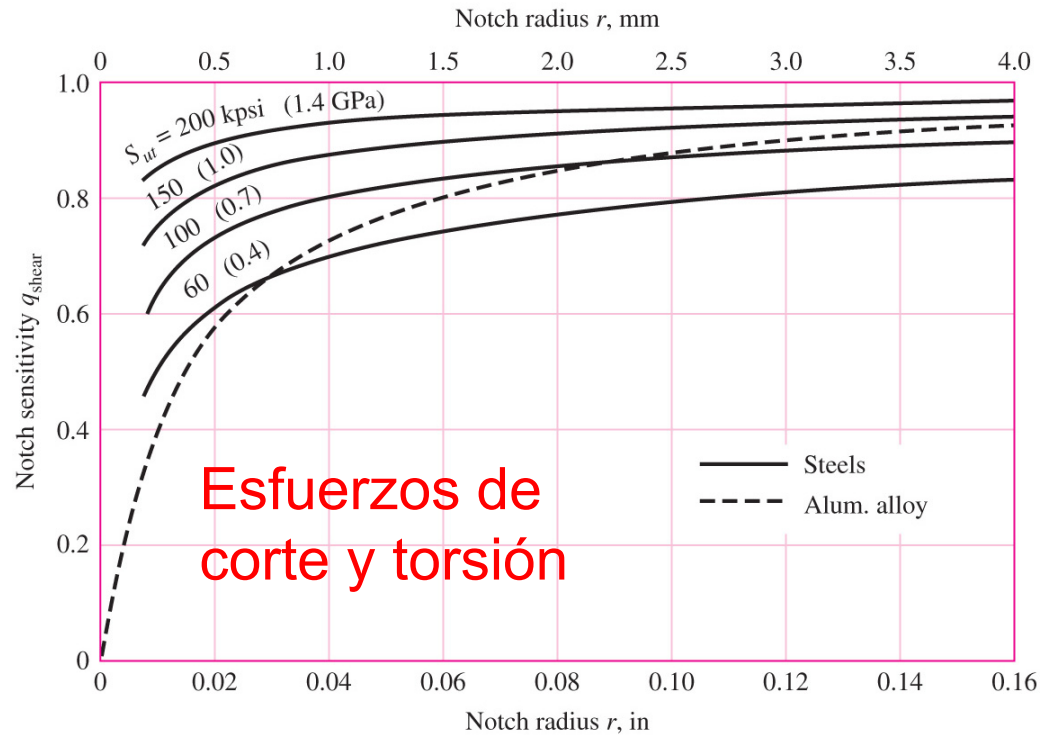
# Sensibilidad a la Muesca

$$\sigma_{\max} = K_f \sigma_0 \quad \text{or} \quad \tau_{\max} = K_{fs} \tau_0$$

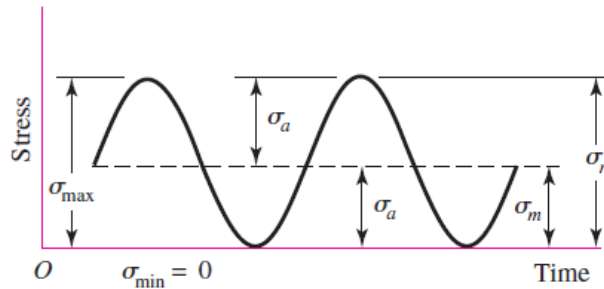
$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad \text{or} \quad q_{\text{shear}} = \frac{K_{fs} - 1}{K_{ts} - 1}$$



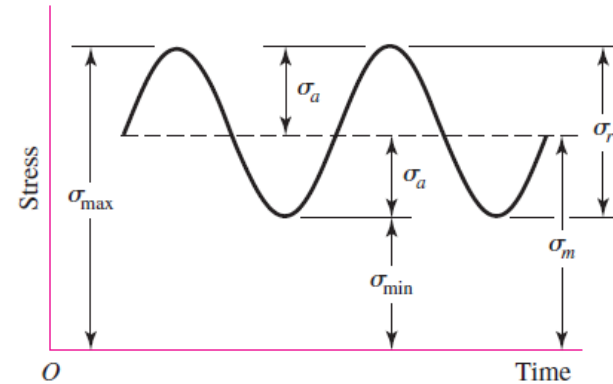
# Sensibilidad a la Muesca



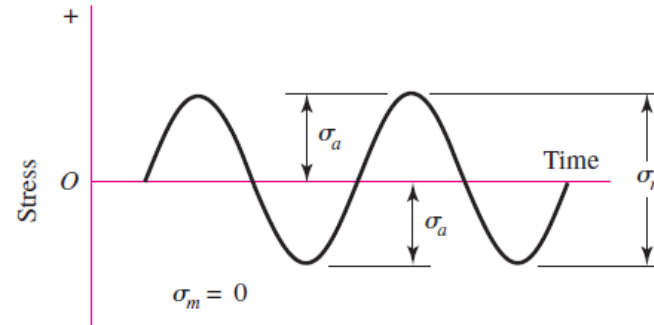
- El diagrama S-N es para **esfuerzos completamente reversibles**



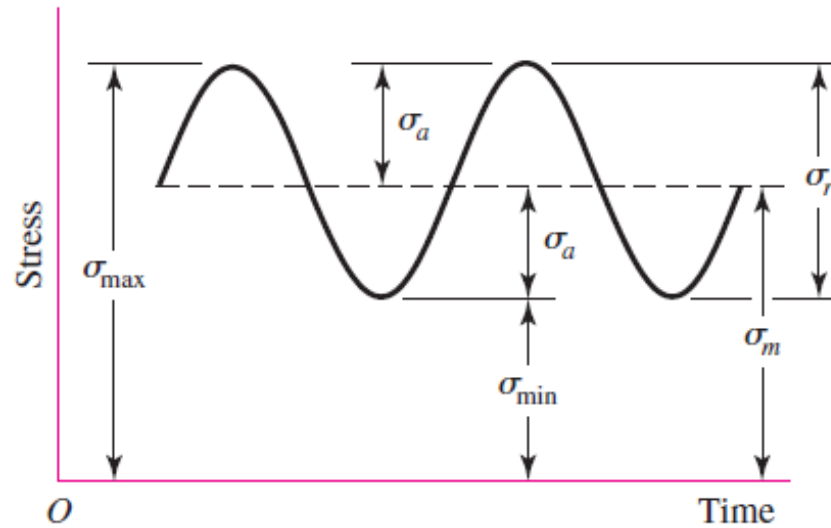
Repetido



Fluctuante



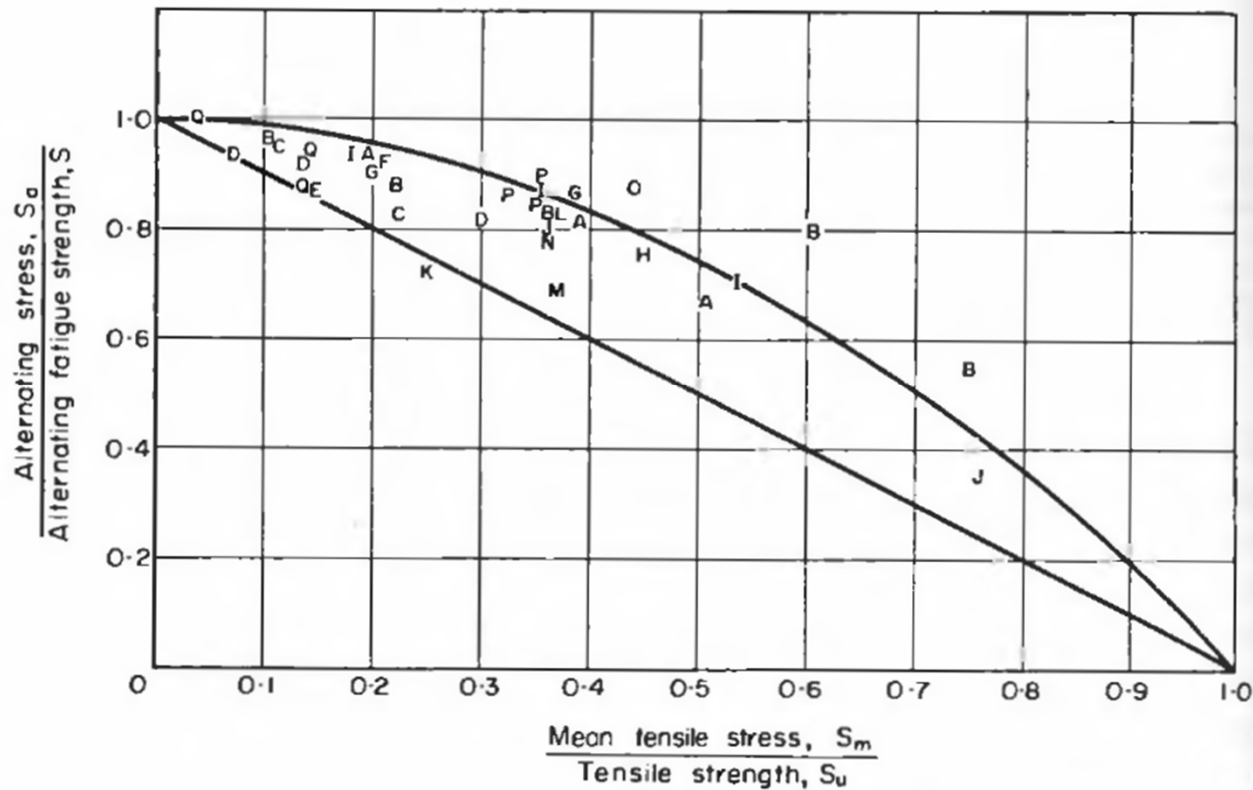
Reversible



$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \qquad \sigma_a = \left| \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \right|$$

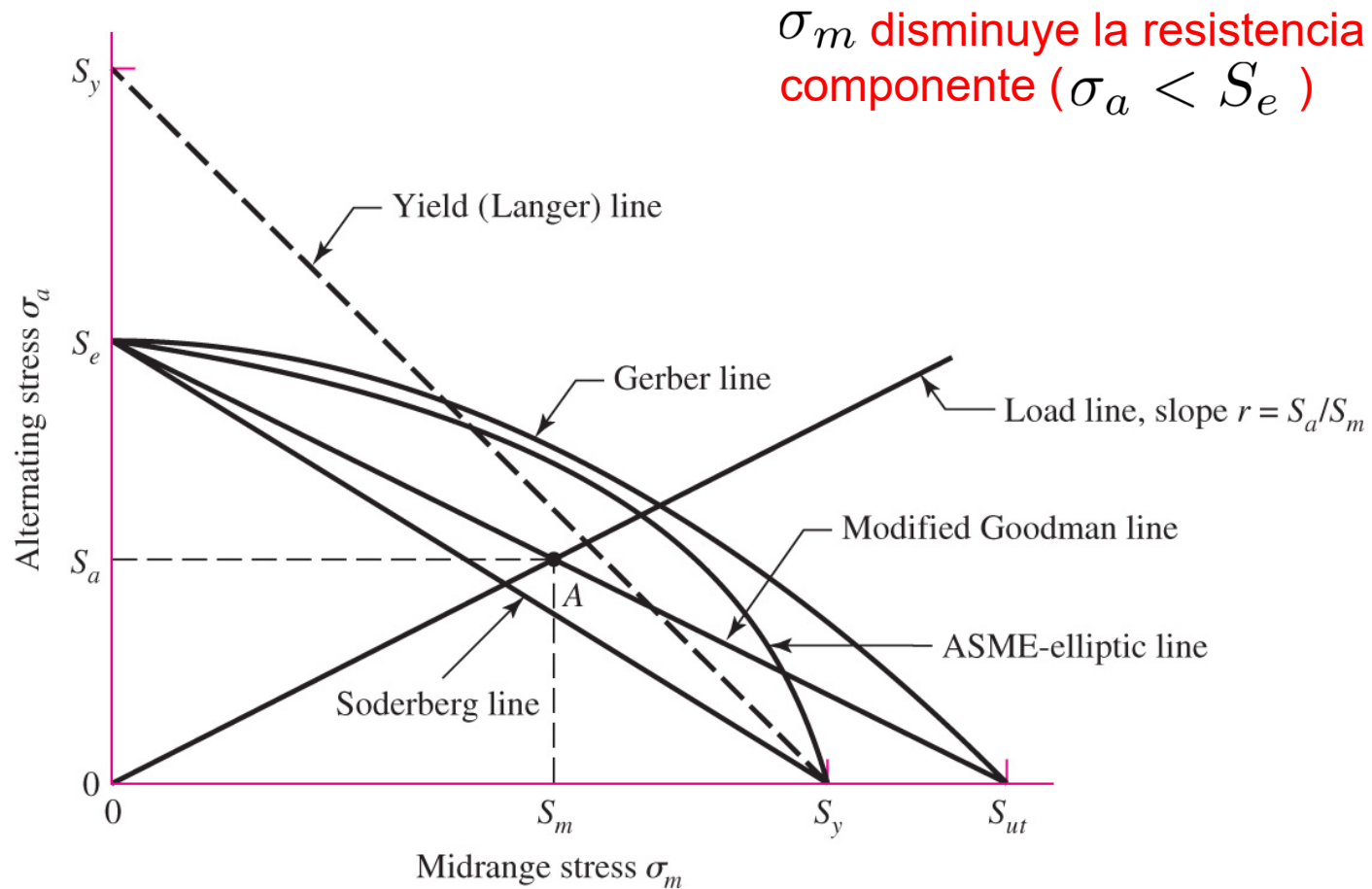


# Efecto del Esfuerzo Medio



$\sigma_m$  disminuye la resistencia del componente ( $\sigma_a < S_e$ )

# Criterios de Falla por Fatiga



# Crterios de Falla por Fatiga

**Soderberg**  $\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n}$

**mod-Goodman**  $\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n}$

**Gerber**  $\frac{n\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{n\sigma_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$

**ASME-elliptic**  $\left(\frac{n\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{n\sigma_m}{S_y}\right)^2 = 1$

**Langer static yield**  $\sigma_a + \sigma_m = \frac{S_y}{n}$

# Procedimiento de Cálculo de Elemento Mecánico

- Calcular factor de seguridad a fatiga  $n$

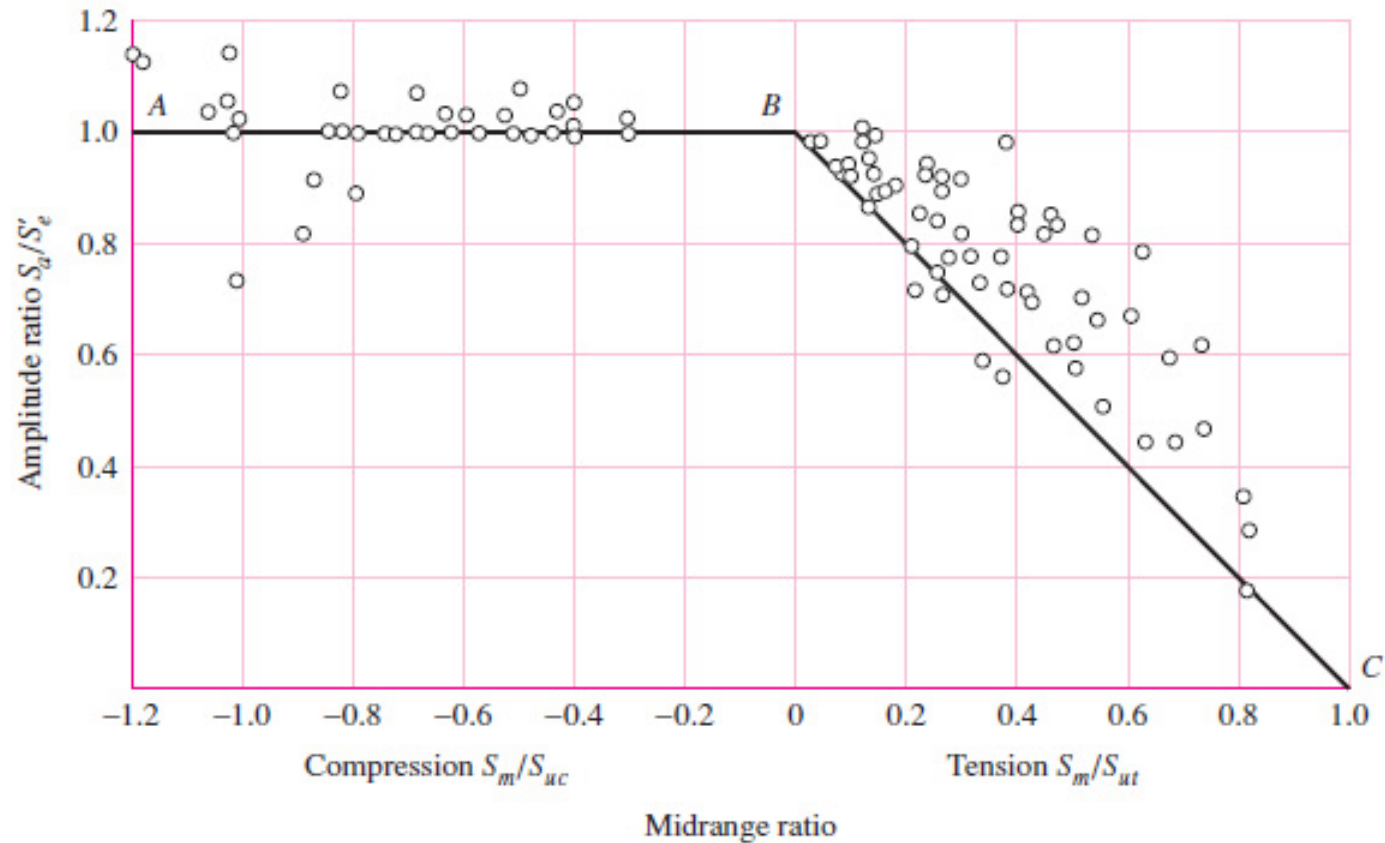
$$n = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u}}$$

- Calcular factor de seguridad a fluencia en el primer ciclo  $n_y$

$$n_y = \frac{S_y}{\sigma_a + \sigma_m}$$

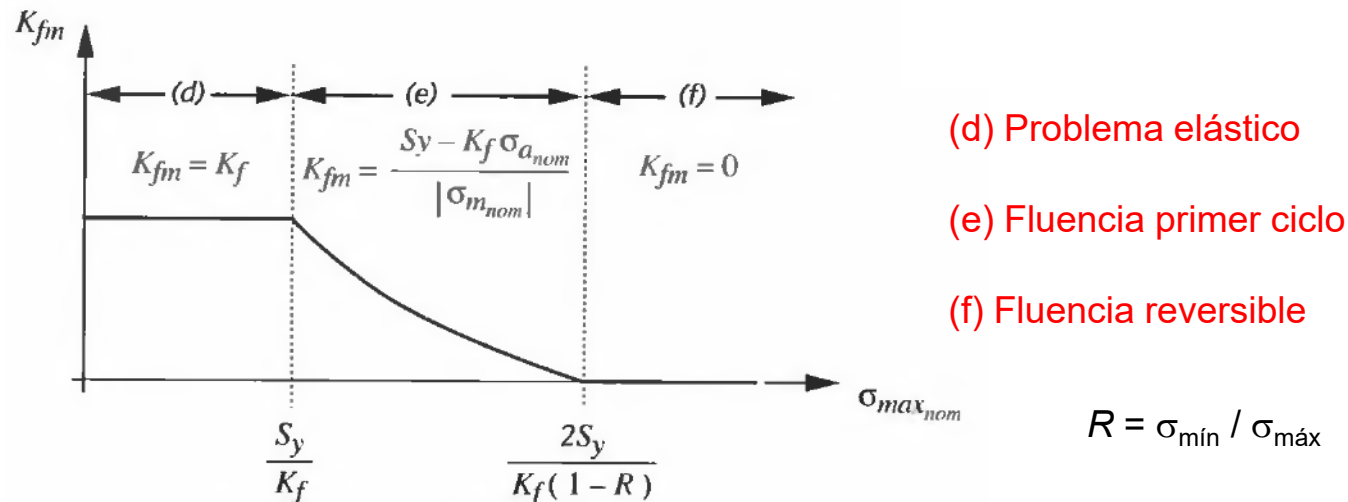
- ¿ $n_y > n$  o  $n > n_y$ ?

# Efecto del Esfuerzo Medio Negativo



# Efecto del Concentrador de Esfuerzo

- Premultiplicar  $\sigma_a$  y  $\sigma_m$  por factores de concentración de esfuerzos  $K_f$
- Si  $\sigma_m$  es muy grande, podría haber falla en el primer ciclo al premultiplicar por  $K_f$ . Es posible reducir el factor que acompaña al esfuerzo medio:



- Para  $n < 1$ , esfuerzo completamente reversible equivalente:

$$\sigma_{\text{rev}} = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} \quad (\text{Goodman modificado})$$

$$\sigma_{\text{rev}} = \frac{\sigma_a}{1 - \left(\frac{\sigma_m}{S_{ut}}\right)^2} \quad (\text{Gerber})$$

- Número de ciclos hasta la falla:

$$N = \left(\frac{\sigma_{\text{rev}}}{a}\right)^{1/b}$$
$$a = \frac{(f S_{ut})^2}{S_e}$$
$$b = -\frac{1}{3} \log\left(\frac{f S_{ut}}{S_e}\right)$$

- El esfuerzo de von Mises alternante y medio para un eje sometido a esfuerzos combinados es:

$$\sigma'_a = \left\{ \left[ (K_f)_{\text{bending}}(\sigma_a)_{\text{bending}} + (K_f)_{\text{axial}} \frac{(\sigma_a)_{\text{axial}}}{0.85} \right]^2 + 3 \left[ (K_{fs})_{\text{torsion}}(\tau_a)_{\text{torsion}} \right]^2 \right\}^{1/2}$$

$$\sigma'_m = \left\{ \left[ (K_f)_{\text{bending}}(\sigma_m)_{\text{bending}} + (K_f)_{\text{axial}}(\sigma_m)_{\text{axial}} \right]^2 + 3 \left[ (K_{fs})_{\text{torsion}}(\tau_m)_{\text{torsion}} \right]^2 \right\}^{1/2}$$

- Usar un criterio de falla a fatiga para calcular el factor de seguridad o tamaño de la pieza
- Chequear falla por fluencia en el primer ciclo:

$$n = \frac{S_y}{\sigma'_a + \sigma'_m}$$