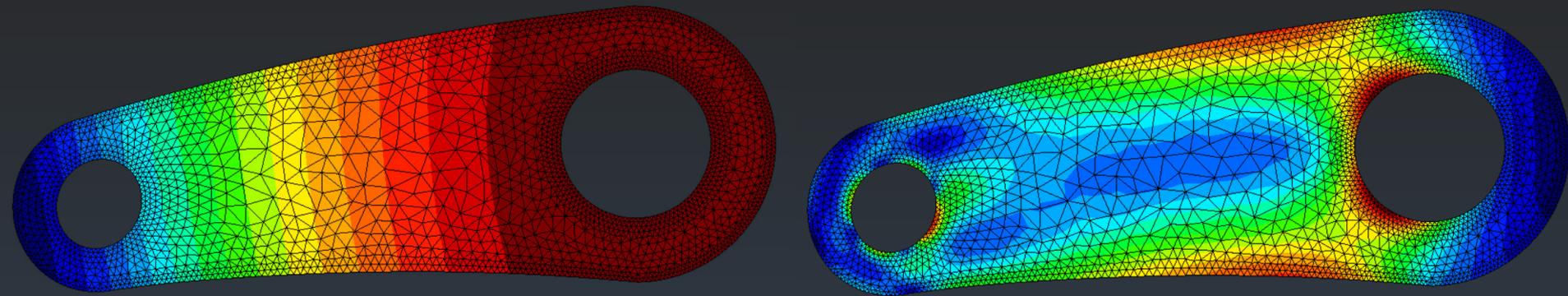


# ELEMENTOS DE MÁQUINAS

## ME5500

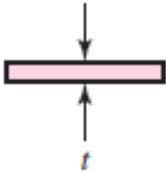
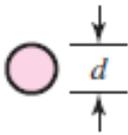
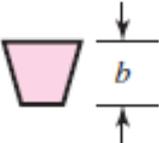
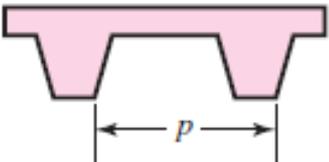


**Alejandro Ortiz Bernardin**

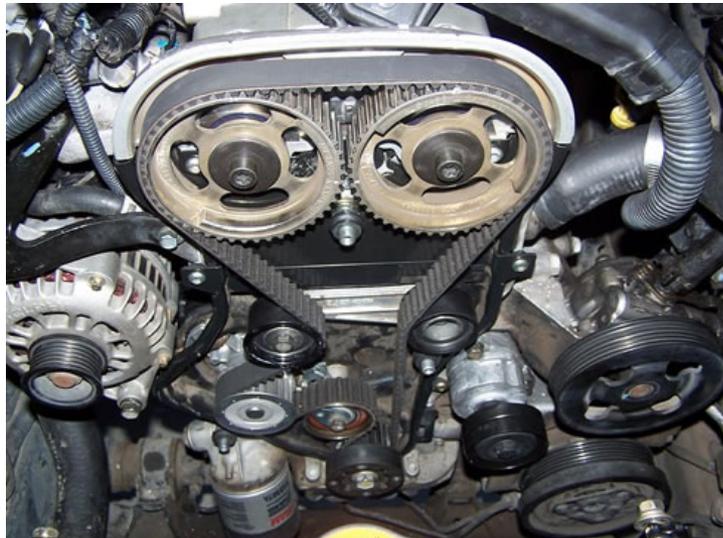
[aortizb@uchile.cl](mailto:aortizb@uchile.cl)

[www.camlab.cl/alejandro](http://www.camlab.cl/alejandro)

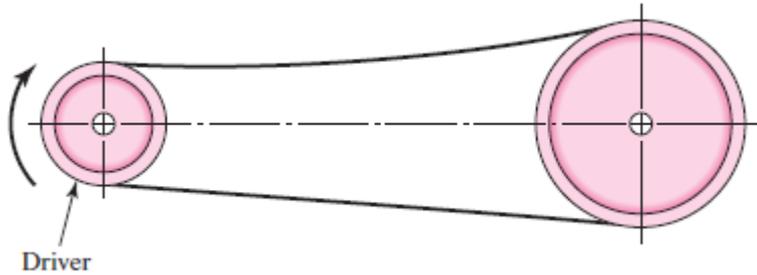
- I. Tipos de Bandas y Aplicaciones
- II. Bandas Planas
- III. Ecuaciones de Bandas Planas
- IV. Selección de Bandas Planas
- V. Cables Metálicos
- VI. Selección de Cables Metálicos

Belt Type	Figure	Joint	Size Range	Center Distance
Flat		Yes	$t = \begin{cases} 0.03 \text{ to } 0.20 \text{ in} \\ 0.75 \text{ to } 5 \text{ mm} \end{cases}$	No upper limit
Round		Yes	$d = \frac{1}{8} \text{ to } \frac{3}{4} \text{ in}$	No upper limit
V		None	$b = \begin{cases} 0.31 \text{ to } 0.91 \text{ in} \\ 8 \text{ to } 19 \text{ mm} \end{cases}$	Limited
Timing		None	$p = 2 \text{ mm and up}$	Limited

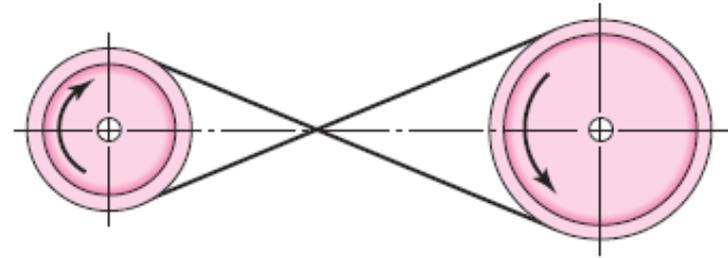
# Aplicaciones de Bandas



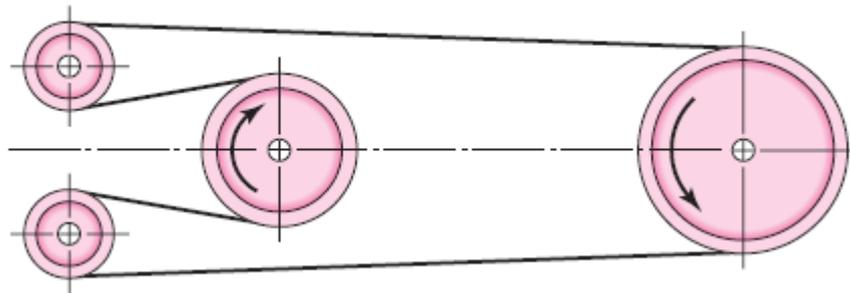
# Bandas Planas: Configuraciones



Banda abierta (no inversora)

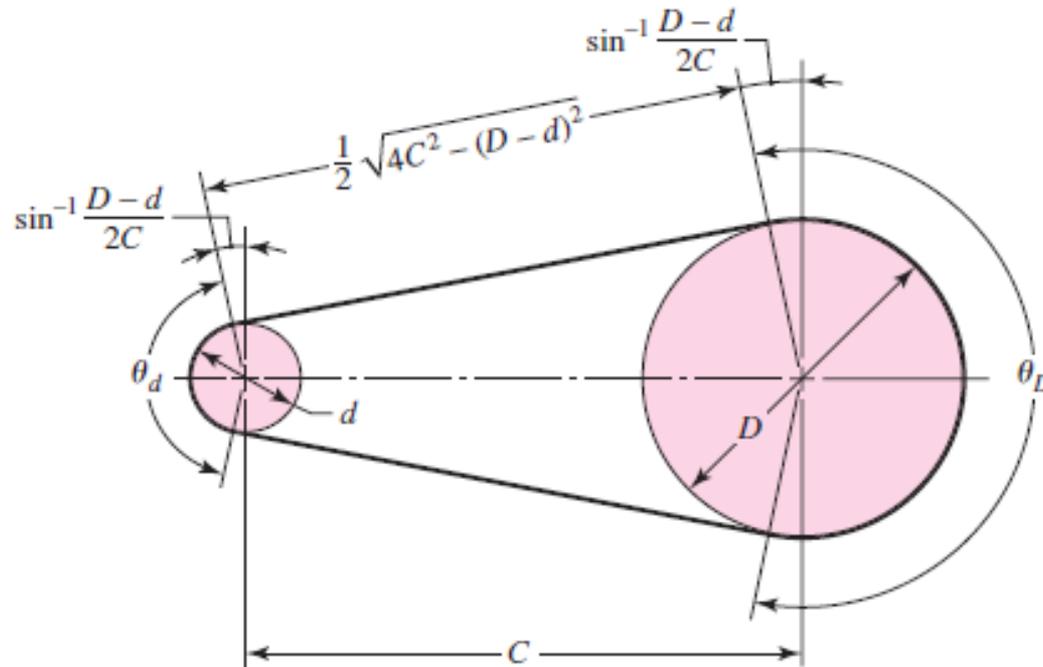


Banda cruzada (inversora)



Banda abierta (inversora)

# Relaciones Geométricas

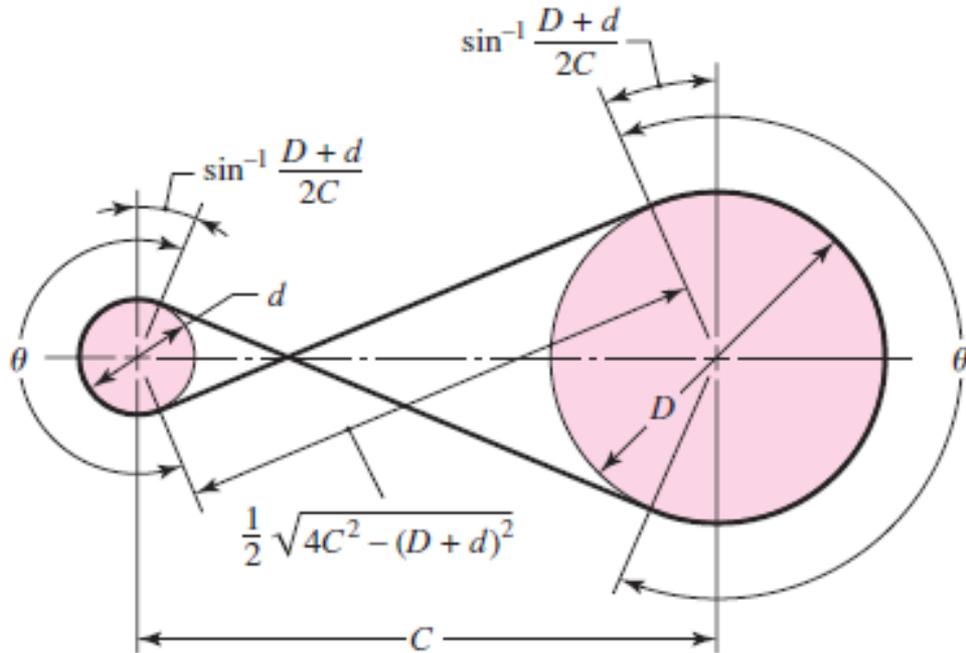


$$\theta_d = \pi - 2 \sin^{-1} \frac{D-d}{2C}$$

$$\theta_D = \pi + 2 \sin^{-1} \frac{D-d}{2C}$$

$$L = \sqrt{4C^2 - (D-d)^2} + \frac{1}{2} (D\theta_D + d\theta_d)$$

# Relaciones Geométricas (Cont.)

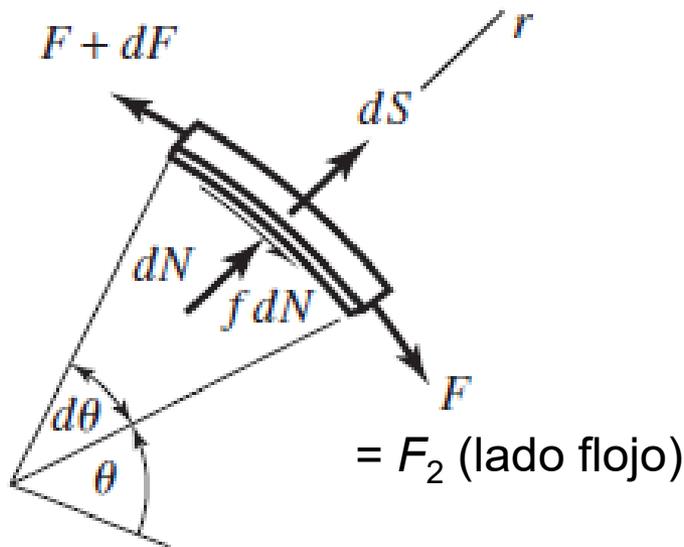


$$\theta = \pi + 2 \sin^{-1} \frac{D+d}{2C}$$

$$L = \sqrt{4C^2 - (D+d)^2} + \frac{1}{2} (D+d)\theta$$

# Ecuaciones de Bandas Planas

=  $F_1$  (lado tenso)



EDO (equilibrio): velocidad angular

$$\frac{dF}{d\theta} - fF = -fmr^2\omega^2$$

Solución (con  $F(\theta = 0) = F_2$ ):

$$F = (F_2 - mr^2\omega^2) \exp(f\theta) + mr^2\omega^2$$

masa por unidad de longitud de la banda

# Ecuaciones de Bandas Planas (Cont.)

Utilizando

$$F = (F_2 - mr^2\omega^2) \exp(f\theta) + mr^2\omega^2$$

y  $F(\theta = \phi) = F_1$  se puede demostrar la siguiente **Ecuación de Banda**:

$$\frac{F_1 - mr^2\omega^2}{F_2 - mr^2\omega^2} = \frac{F_1 - F_c}{F_2 - F_c} = \exp(f\phi)$$

Donde  $F_c = mV^2$ , es la **fuerza circunferencial** debido a la fuerza centrífuga y  $m$  es la **masa por unidad de longitud** de la banda

# Ecuaciones de Bandas Planas (Cont.)

## Resumiendo

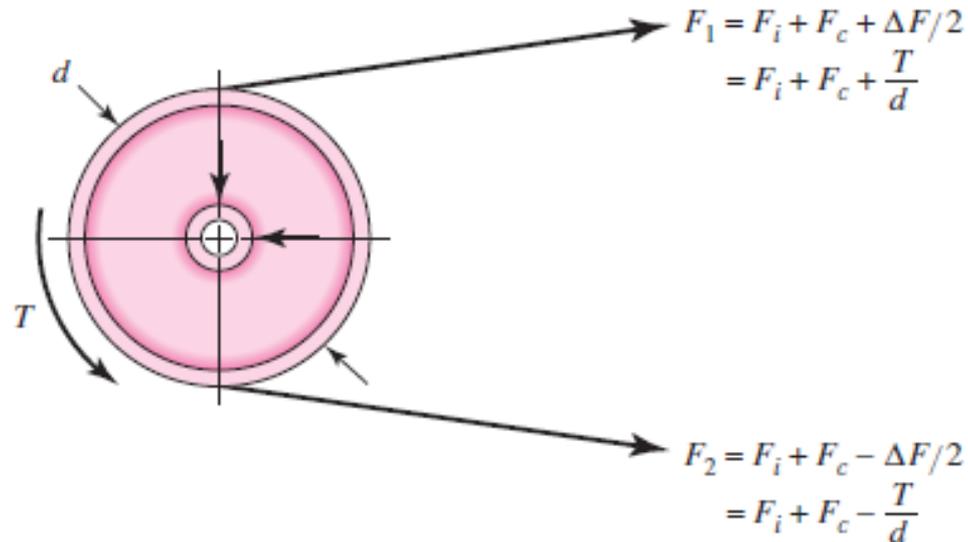
$$\frac{F_1 - mr^2\omega^2}{F_2 - mr^2\omega^2} = \frac{F_1 - F_c}{F_2 - F_c} = \exp(f\phi)$$

$$F_c = mV^2$$

$m, V, \phi, r$  son conocidos  
 $F_1, F_2$  son desconocidos

# Ecuaciones de Bandas Planas (Cont.)

Relacionando  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_c$  por medio de la tensión inicial ...



Tensión inicial

$$F_i = \frac{F_1 + F_2}{2} - F_c$$

$$F_i = \frac{T}{d} \frac{\exp(f\phi) + 1}{\exp(f\phi) - 1}$$

# Ecuaciones de Bandas Planas (Cont.)

## Resumiendo

$$\frac{F_1 - mr^2\omega^2}{F_2 - mr^2\omega^2} = \frac{F_1 - F_c}{F_2 - F_c} = \exp(f\phi)$$

$$F_c = mV^2$$

$$F_i = \frac{F_1 + F_2}{2} - F_c$$

$$F_i = \frac{T}{d} \frac{\exp(f\phi) + 1}{\exp(f\phi) - 1}$$

# Ecuaciones de Bandas Planas (Cont.)

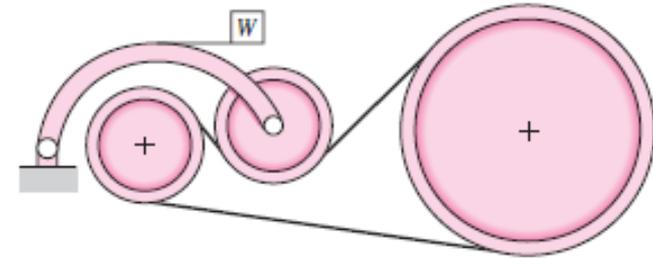
¿Qué se puede concluir sobre la tensión inicial?

$$F_i = \frac{T}{d} \frac{\exp(f\phi) + 1}{\exp(f\phi) - 1}$$

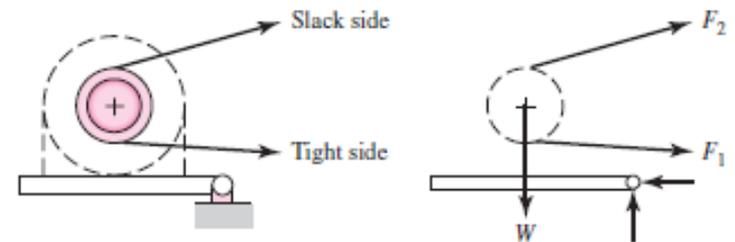
$F_i$  recomendada por **unidad de ancho**: 70 lbf/in = 1250 kgf/m

$$dip = \frac{12(C/12)^2 w}{8F_i} = \frac{C^2 w}{96F_i}$$

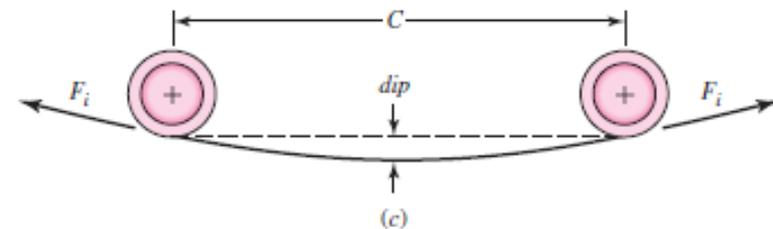
(teoría de la catenaria)



(a)



(b)



(c)

Potencia transmitida:

$$H = \frac{(F_1 - F_2)V}{33\,000}$$

hp →  $H$       lbf →  $F_1 - F_2$       ft/min →  $V$

Potencia de diseño:

$$H_d = H_{\text{nom}} K_s n_d$$

Factor de diseño →  $n_d$   
Factor de servicio →  $K_s$

# Tensión Permisible Máxima

Tensión permisible por ancho  
unitario [lbf/in] @ 600 ft/min  
(~ 3 m/s)

$$(F_1)_a = b F_a C_p C_v$$

Factor de  
corrección de  
velocidad  $\leq 1$

Tensión permisible  
máxima (lado tenso)

Ancho de la  
banda [in]

Factor de corrección  
polea  $\leq 1$

$$H_d = H_{\text{nom}} K_s n_d$$

Driven Machinery	Source of Power	
	Normal Torque Characteristic	High or Nonuniform Torque
Uniform	1.0 to 1.2	1.1 to 1.3
Light shock	1.1 to 1.3	1.2 to 1.4
Medium shock	1.2 to 1.4	1.4 to 1.6
Heavy shock	1.3 to 1.5	1.5 to 1.8

# Factor de Corrección Polea, $C_p$

$$(F_1)_a = bF_a C_p C_v$$

**Table 17-4**

Pulley Correction Factor  $C_p$  for Flat Belts\*

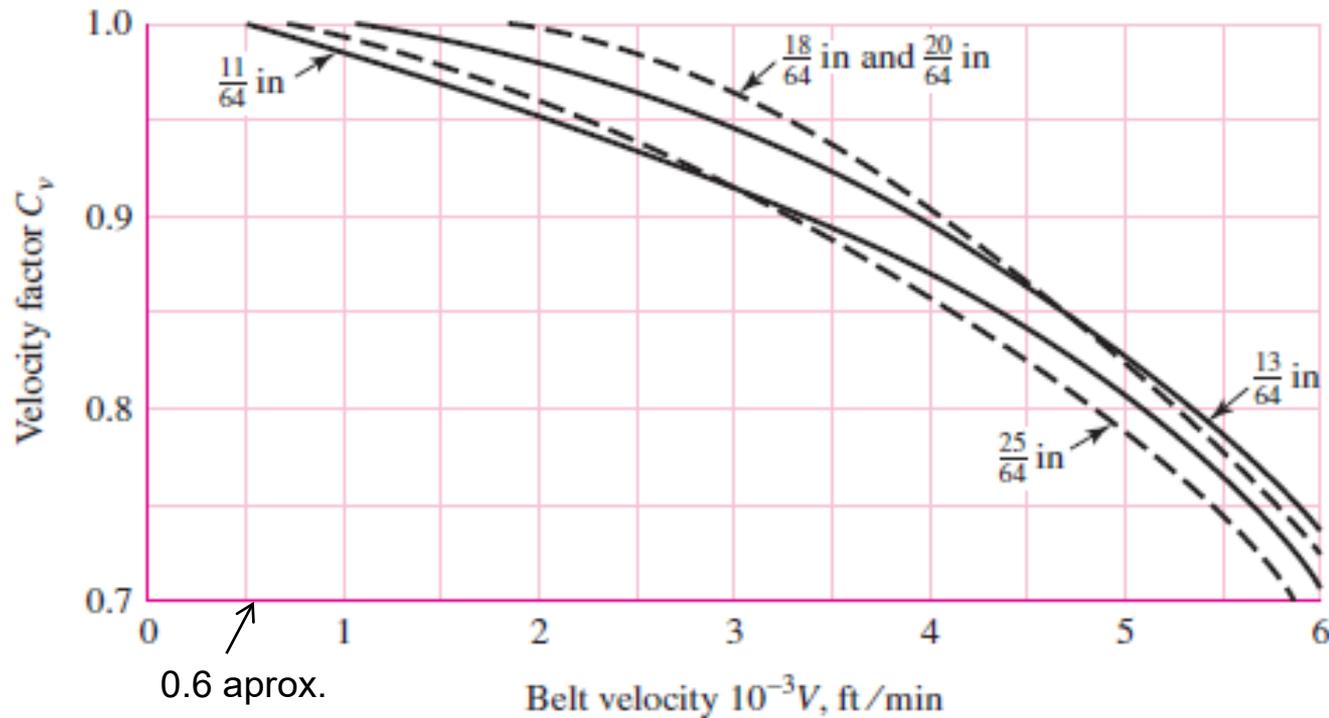
Material	Small-Pulley Diameter, in					
	1.6 to 4	4.5 to 8	9 to 12.5	14, 16	18 to 31.5	Over 31.5
Leather	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Polyamide, F-0	0.95	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
F-1	0.70	0.92	0.95	1.0	1.0	1.0
F-2	0.73	0.86	0.96	1.0	1.0	1.0
A-2	0.73	0.86	0.96	1.0	1.0	1.0
A-3	—	0.70	0.87	0.94	0.96	1.0
A-4	—	—	0.71	0.80	0.85	0.92
A-5	—	—	—	0.72	0.77	0.91

\*Average values of  $C_p$  for the given ranges were approximated from curves in the *Habasit Engineering Manual*, Habasit Belting, Inc., Chamblee (Atlanta), Ga.

# Factor de Corrección de Velocidad, $C_v$

$$(F_1)_a = b F_a C_p C_v$$

Aplica sólo en  
bandas de cuero



# Tensión Permisible

**Table 17-2**

Properties of Some Flat- and Round-Belt Materials. (Diameter =  $d$ , thickness =  $t$ , width =  $w$ )

Material	Specification	Size, in	Minimum Pulley Diameter, in	Allowable Tension per Unit Width at 600 ft/min, lbf/in	Specific Weight, lbf/in <sup>3</sup>	Coefficient of Friction
Leather	1 ply	$t = \frac{11}{64}$	3	30	0.035–0.045	0.4
		$t = \frac{13}{64}$	$3\frac{1}{2}$	33	0.035–0.045	0.4
	2 ply	$t = \frac{18}{64}$	$4\frac{1}{2}$	41	0.035–0.045	0.4
		$t = \frac{20}{64}$	6 <sup>a</sup>	50	0.035–0.045	0.4
		$t = \frac{23}{64}$	9 <sup>a</sup>	60	0.035–0.045	0.4
Polyamide <sup>b</sup>	F-0 <sup>c</sup>	$t = 0.03$	0.60	10	0.035	0.5
	F-1 <sup>c</sup>	$t = 0.05$	1.0	35	0.035	0.5
	F-2 <sup>c</sup>	$t = 0.07$	2.4	60	0.051	0.5
	A-2 <sup>c</sup>	$t = 0.11$	2.4	60	0.037	0.8
	A-3 <sup>c</sup>	$t = 0.13$	4.3	100	0.042	0.8
	A-4 <sup>c</sup>	$t = 0.20$	9.5	175	0.039	0.8
	A-5 <sup>c</sup>	$t = 0.25$	13.5	275	0.039	0.8
Urethane <sup>d</sup>	$w = 0.50$	$t = 0.062$	See	5.2 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7
	$w = 0.75$	$t = 0.078$	Table	9.8 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7
	$w = 1.25$	$t = 0.090$	17–3	18.9 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7
	Round	$d = \frac{1}{4}$	See	8.3 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7
		$d = \frac{3}{8}$	Table	18.6 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7
		$d = \frac{1}{2}$	17–3	33.0 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7
		$d = \frac{3}{4}$		74.3 <sup>e</sup>	0.038–0.045	0.7

$$(F_1)_a = b F_a C_p C_v$$

<sup>a</sup>Add 2 in to pulley size for belts 8 in wide or more.

<sup>b</sup>Source: *Habasit Engineering Manual*, Habasit Belting, Inc., Chamblee (Atlanta), Ga.

<sup>c</sup>Friction cover of acrylonitrile-butadiene rubber on both sides.

<sup>d</sup>Source: Eagle Belting Co., Des Plaines, Ill.

<sup>e</sup>At 6% elongation; 12% is maximum allowable value.

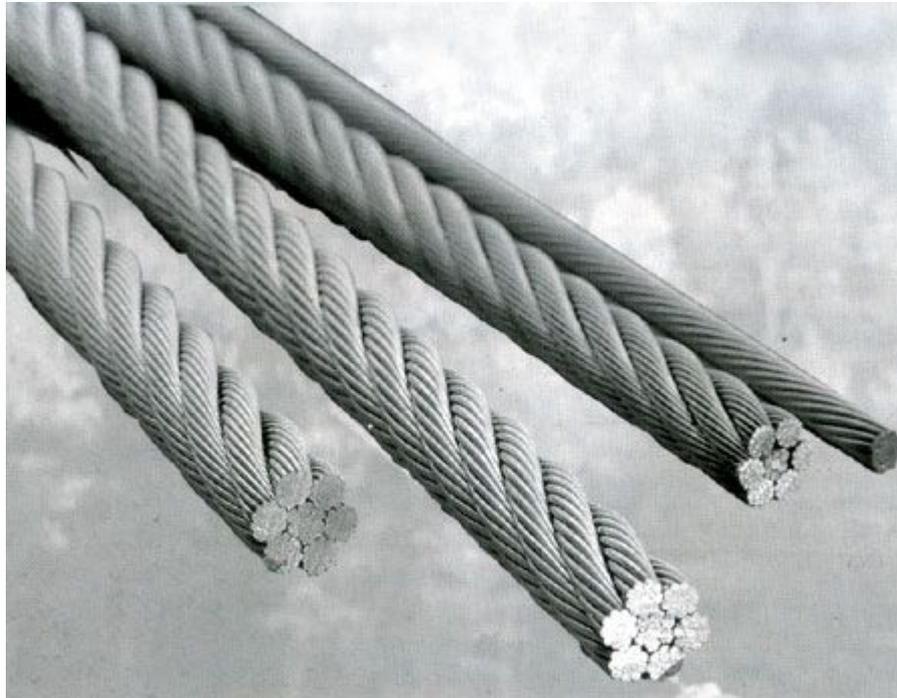
**Table 17-5**

Crown Height and ISO Pulley Diameters for Flat Belts\*

ISO Pulley Diameter, in	Crown Height, in	ISO Pulley Diameter, in	Crown Height, in	
			$w \leq 10$ in	$w > 10$ in
1.6, 2, 2.5	0.012	12.5, 14	0.03	0.03
2.8, 3.15	0.012	12.5, 14	0.04	0.04
3.55, 4, 4.5	0.012	22.4, 25, 28	0.05	0.05
5, 5.6	0.016	31.5, 35.5	0.05	0.06
6.3, 7.1	0.020	40	0.05	0.06
8, 9	0.024	45, 50, 56	0.06	0.08
10, 11.2	0.030	63, 71, 80	0.07	0.10

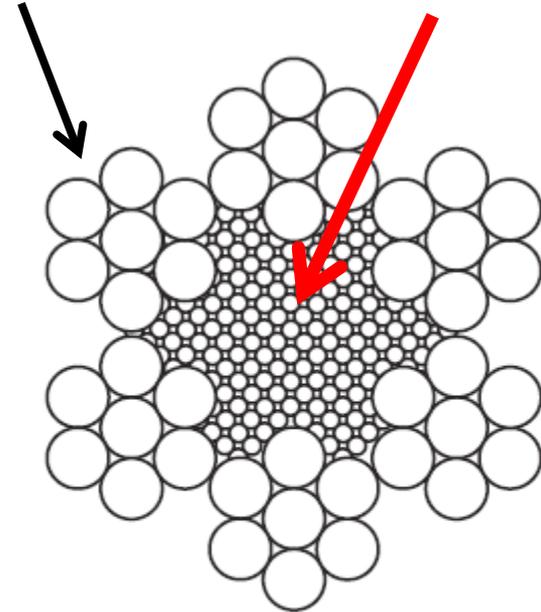
\*Crown should be rounded, not angled; maximum roughness is  $R_a = AA\ 63\ \mu\text{in}$ .

# Cables Metálicos



Toroide de  
alambre

Núcleo



Section of  $6 \times 7$  rope

- Se fabrican con alambres de acero estirado en frío
- Núcleo puede ser de cáñamo o de acero

Alambre se flexiona alrededor de la polea ...

$$M = \frac{EI}{\rho}$$



$$\sigma = \frac{Ec}{\rho}$$

$$M = \frac{\sigma I}{c}$$

# Cálculo Estático de Cables (Cont.)

Alambre se flexiona alrededor de la polea ...

$$\sigma = \frac{Ec}{\rho}$$

$\rho$  = radio polea

$c$  = diámetro alambre / 2

$E$  = módulo de elasticidad **del cable**

# Cálculo Estático de Cables (Cont.)

Finalmente,

$$\sigma = E_r \frac{d_w}{D}$$

Si  $D$  crece,  
esfuerzo baja

$d_w$  = diámetro alambre

$D$  = diámetro polea

$E_r$  = módulo de elasticidad **del cable**

## Relaciones de diámetro mínimas recomendadas

$D/d_w \approx 400$  para aplicaciones livianas

$D/d_w = 800$  a  $1000$  para elevadores y montacargas de uso en minería

$D/d_w < 200$  peligro de deformación permanente

# Cálculo Estático de Cables (Cont.)

Carga de tensión equivalente en el cable cuando éste se flexiona en la polea:

$$F_b = \sigma A_m = \frac{E_r d_w A_m}{D}$$

Área sección transversal del metal

$d$  = diámetro del cable

Wire Rope	Weight per Foot $w$ , lbf/ft	Weight per Foot Including Core $w$ , lbf/ft	Minimum Sheave Diameter $D$ , in	Better Sheave Diameter $D$ , in	Diameter of Wires $d_w$ , in	Area of Metal $A_m$ , in <sup>2</sup>	Rope Young's Modulus $E_r$ , psi
6 × 7	$1.50d^2$		$42d$	$72d$	$0.111d$	$0.38d^2$	$13 \times 10^6$
6 × 19	$1.60d^2$	$1.76d^2$	$30d$	$45d$	$0.067d$	$0.40d^2$	$12 \times 10^6$
6 × 37	$1.55d^2$	$1.71d^2$	$18d$	$27d$	$0.048d$	$0.40d^2$	$12 \times 10^6$

# Cálculo Estático de Cables (Cont.)

Factor de seguridad ...

$$n_s = \frac{F_u}{F_t}$$

Compara  $F_t$  con  
resistencia a la rotura

$$n_s = \frac{F_u - F_b}{F_t}$$

Mide la resistencia  
disponible para soportar  
 $F_t$

Carga de trabajo en el cable

# Cálculo Estático de Cables (Cont.)

**Tabla 17-24**

Datos de cables metálicos. Fuente: Compilada de *American Steel and Wire Company Handbook*.

Cable	Peso por pie, lbf	Diámetro mínimo de la polea, pulg	Tamaños estándares $d$ , pulg	Material	Tamaño de alambres exteriores	Módulo de elasticidad,* Mpsi	Resistencia,† kpsi
De arrastre de 6 × 7	$1.50 d^2$	$42d$	$\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$	Acero monitor	$d/9$	14	100
				Acero de arado	$d/9$	14	88
				Acero dulce de arado	$d/9$	14	76
De izar o estándar de 6 × 19	$1.60 d^2$	$26d-34d$	$\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$	Acero monitor	$d/13- d/16$	12	106
				Acero de arado	$d/13- d/16$	12	93
				Acero dulce de arado	$d/13- d/16$	12	80
Flexible especial de 6 × 37	$1.55 d^2$	$18d$	$\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2}$	Acero monitor	$d/22$	11	100
				Acero de arado	$d/22$	11	88
Extraflexible de 8 × 19	$1.45 d^2$	$21d-26d$	$\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$	Acero monitor	$d/15- d/19$	10	92
				Acero de arado	$d/15- d/19$	10	80
Aeronáutico de 7 × 7	$1.70 d^2$	—	$\frac{1}{16} - \frac{3}{8}$	Acero resistente a la corrosión	—	—	124
				Acero al carbono	—	—	124
				Acero resistente a la corrosión	—	—	135
Aeronáutico de 7 × 9	$1.75 d^2$	—	$\frac{1}{8} - 1\frac{3}{8}$	Acero al carbono	—	—	143
				Acero resistente a la corrosión	—	—	165
				Acero al carbono	—	—	165
Aeronáutico de 19 alambres	$2.15 d^2$	—	$\frac{1}{32} - \frac{5}{16}$	Acero resistente a la corrosión	—	—	165
				Acero al carbono	—	—	165
				Acero resistente a la corrosión	—	—	165

\*El módulo de elasticidad sólo es aproximado; es afectado por las cargas en el cable y, en general, se incrementa con la vida del cable.

†La resistencia se basa en el área nominal del cable. Las cifras dadas sólo son aproximadas y se basan en tamaños de cable de 1 pulg y en cable aeronáutico de  $\frac{1}{4}$  pulg.

# Cálculo Estático de Cables (Cont.)

**Table 17-25**

Minimum Factors of Safety for Wire Rope\*

Source: Compiled from a variety of sources, including ANSI A17.1-1978.

$$n_s = \frac{F_u}{F_t}$$

Track cables	3.2	Passenger elevators, ft/min:	
Guys	3.5	50	7.60
Mine shafts, ft:		300	9.20
Up to 500	8.0	800	11.25
1000–2000	7.0	1200	11.80
2000–3000	6.0	1500	11.90
Over 3000	5.0	Freight elevators, ft/min:	
Hoisting	5.0	50	6.65
Haulage	6.0	300	8.20
Cranes and derricks	6.0	800	10.00
Electric hoists	7.0	1200	10.50
Hand elevators	5.0	1500	10.55
Private elevators	7.5	Powered dumbwaiters, ft/min:	
Hand dumbwaiter	4.5	50	4.8
Grain elevators	7.5	300	6.6
		500	8.0

\*Use of these factors does not preclude a fatigue failure.

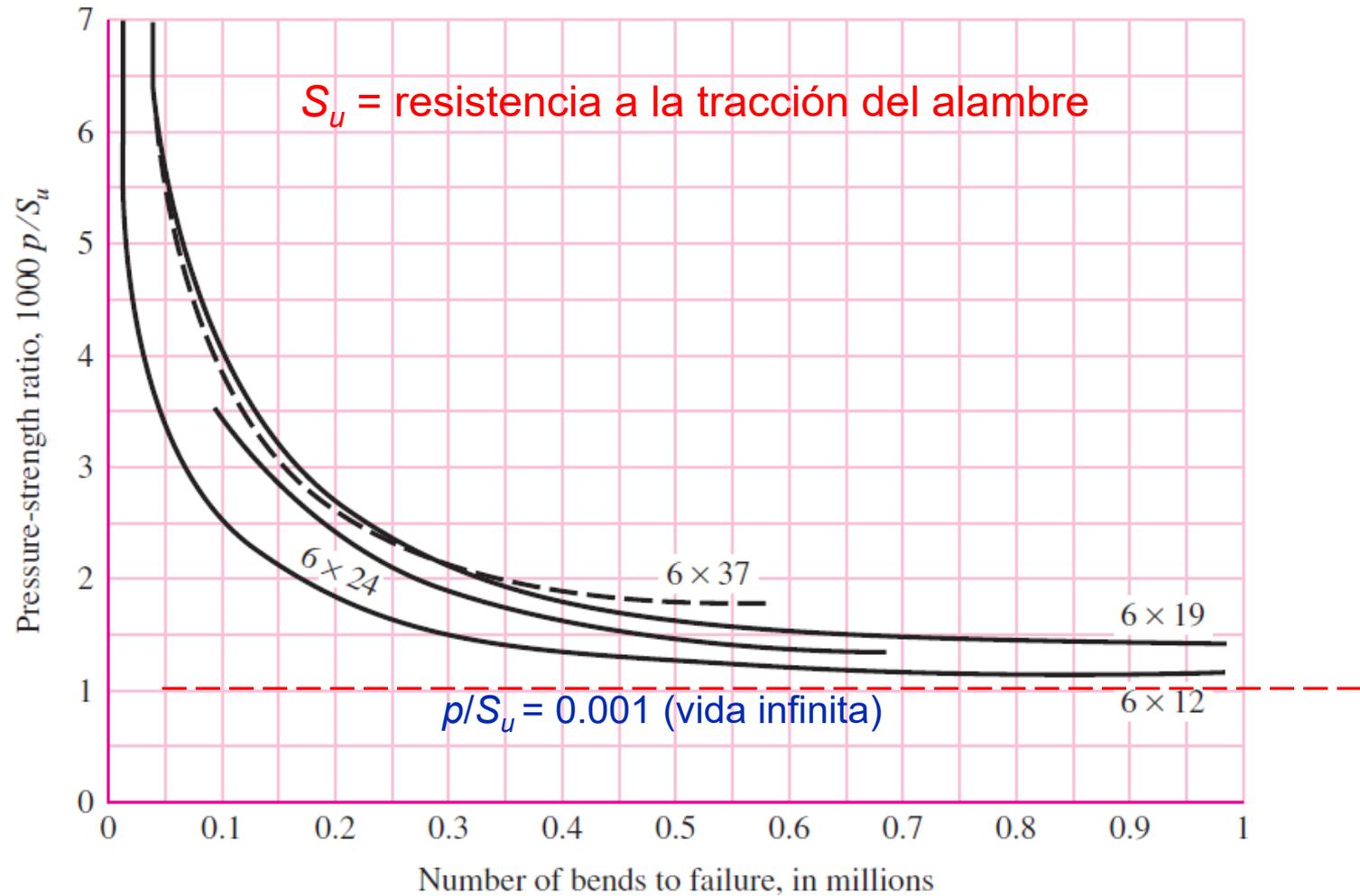
# Cálculo de Cables a Fatiga

La fatiga se produce por la **presión de contacto** de los alambres con la ranura de la polea.

$$p = \frac{2F}{dD}$$

The diagram illustrates the contact pressure equation  $p = \frac{2F}{dD}$ . Three blue arrows point from text labels to the variables in the equation: 'Fuerza de tensión' points to 'F', 'Diámetro del cable' points to 'd', and 'Diámetro de la polea' points to 'D'. The labels are in red text.

# Curvas de Fatiga para Cables



# Resistencia Última de Cables

En catálogos es usual encontrar  $F_u$ . La resistencia a la tracción  $S_u$  se puede estimar según:

Acero de arado mejorado (monitor)	$240 < S_u < 280$ kpsi
Acero de arado	$210 < S_u < 240$ kpsi
Acero de arado dulce	$180 < S_u < 210$ kpsi

Otras formas para estimar  $S_u$ : Pruebas de dureza al alambre. Para aceros con  $200 \leq H_B \leq 450$  :

$$S_u = \begin{cases} 0.495 H_B & \text{kpsi} \\ 3.41 H_B & \text{MPa} \end{cases}$$

Reemplazando  $p/S_u = 0.001$  en  $p = \frac{2F}{dD}$ :

$$S_u = \frac{2000F}{dD}$$

Fuerza de tensión

Diámetro del cable

Diámetro de la polea

Dados  $d$ ,  $D$  y  $S_u$  utilizamos esta ecuación para estimar la carga  $F$  máxima para la cual el cable posee vida infinita a fatiga.

Dividiendo ambos lados de  $p = \frac{2F}{dD}$  por  $S_u$  y despejando  $F$  ...

$$F = F_f = \frac{(p/S_u) S_u d D}{2}$$

Se obtiene de las  
curvas de fatiga

## Factor de seguridad a fatiga

$$n_s = \frac{F_f - F_b}{F_t}$$

Mide la resistencia disponible a fatiga para soportar  $F_t$

Carga de trabajo en el cable