PAUTA TAREA 1 - P1 / ME 4230 / PRIMAVERA 2022

DATOS

$(F_1)_{máx} = 800\ N$; $(F_1)_{mín} = 600\ N$

$F_2 = 500\ N$ (constante) ; $P = 1286\ N$ (constante)

Material: Acero dúctil

Acabado superficial: Mecanizado

• Utilizar Goodman modificado

$S_{ut} = 600\ MPa$

$S_y = 450\ MPa$

Factores de Marin que no se pueden calcular por falta de datos: Unitarios
Factor concentración de esfuerzos a fatiga zona empotramiento: $K_f = 1$

a) Dimensionamiento de barra para vida infinita con $n = 2$

Fuerzas máxima y mínima neta (vertical)

2
$$\begin{cases} F_{máx} = (F_1)_{máx} - F_2 = 800 - 500 = 300\ N \\ F_{mín} = (F_1)_{mín} - F_2 = 600 - 500 = 100\ N \end{cases}$$

Fuerzas medias y alternantes (vertical)

2
$$\begin{cases} F_m = \dfrac{F_{máx} + F_{mín}}{2} = \dfrac{300 + 100}{2} = 200\ N \\ F_a = \dfrac{|F_{máx} - F_{mín}|}{2} = \dfrac{|300 - 100|}{2} = 100\ N \end{cases}$$

(Apunta en la dirección de F_1 en la figura)

Fuerzas media y alternante (axial)

$P_a = 0$ N ; $P_m = 1286$ N, ya que P es constante. } (1)

Puntos críticos

- Zona entalla, ya que hay un concentrador de esfuerzos
- Zona empotramiento, ya que el momento flector es máximo

Cálculo de espesor en zona de entalla

- Esfuerzos nominales de flexión:

$I = \frac{1}{12} e h^3$, e = espesor (incógnita) ; $h = 14$ mm (Figura enunciado)

(2)
$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_m^{fl} &= \frac{M_m \left(\frac{h}{2}\right)}{I} = \frac{6 M_m}{e h^2} \\ \sigma_a^{fl} &= \frac{M_a \left(\frac{h}{2}\right)}{I} = \frac{6 M_a}{e h^2} \\ \sigma_m^{ax} &= \frac{P_m}{e h} \\ \sigma_a^{ax} &= 0 \end{aligned} \right.$$

(2)
$$\left\{ \begin{aligned} M_m &= F_m \times (150 - 50) = 200 \times 100 = 20\,000 \text{ Nmm} \\ M_a &= F_a \times (150 - 50) = 100 \times 100 = 10\,000 \text{ Nmm} \end{aligned} \right.$$

- Límite de resistencia a la fatiga:

(5)
$$\begin{cases} K_a = a S_{ut}^{b} = 4.51(600)^{-0.265} = 0.828 \quad (\text{mecanizado}) \\ K_b = f(e), \text{ función del espesor y afecta solo a la flexión, ya que para carga axial } K_b = 1. \\ \quad \text{En este caso queda multiplicando a } S_e \text{ directamente pues carga axial no tiene componente alternante.} \\ K_c = 1, \text{ para flexión únicamente, ya que la componente axial directa no queda afecta a este factor por tener componente alternante nula.} \\ K_d = K_e = K_f, \text{ por no tener suficientes datos para estimarlas} \\ S_e' = 0.5 S_{ut} = 0.5(600) = 300 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\therefore \quad S_e = K_a K_b K_c K_d K_e K_f S_e' = 248.4\, K_b \quad \Big\} \; (1)$$

- Factor de concentración de esfuerzos:

De Fig. A-15-3 Shigley:

(1)
$$\left\{ \begin{aligned} \frac{r}{d} &= \frac{3}{14} \approx 0.21 \\ \frac{w}{d} &= \frac{20}{14} \approx 1.43 \end{aligned} \right\} \Longrightarrow K_t^{ax} \approx 2.0$$

Fig. A-15-4 Shigley:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{r}{d} &\approx 0.21 \\ \frac{w}{d} &\approx 1.43 \end{aligned} \right\} \Rightarrow K_t^{fl} \approx 1.7 \quad \Big\} \; (1)$$

Sensibilidad a la muesca: $S_{ut} = 600 \text{ MPa} = 87 \text{ kpsi}$

(2)
$$\begin{aligned} \sqrt{a} &= 0.245799 - 0.307794(10^{-2}) S_{ut} + 0.150874(10^{-4}) S_{ut}^2 \\ &\quad - 0.266978(10^{-7}) S_{ut}^3 \\ &= 0.245799 - 0.307794(10^{-2})\, 87 + 0.150874(10^{-4})\, 87^2 \\ &\quad - 0.266978(10^{-7})\, 87^3 \\ &\approx 0.0746 \sqrt{in} \end{aligned}$$

$$\sqrt{r} = \sqrt{\frac{3}{25.4}\,\text{in}} \approx 0.344\,\sqrt{\text{in}}$$

$$\therefore \quad q = \frac{1}{1+\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} = \frac{1}{1+\frac{0.0746}{0.344}} \approx 0.82 \quad \Big] \; 1$$

$$K_f^{ax} = 1 + q\,(K_t^{ax}-1) = 1 + 0.82\,(2.0-1) \approx 1.82$$

$$K_f^{fl} = 1 + q\,(K_t^{fl}-1) = 1 + 0.82\,(1.7-1) \approx 1.57 \quad \Big\} \; 2$$

- Ecuación de diseño (Goodman modificado):

Los esfuerzos axial y de flexión ocurren de manera simultánea en la dirección axial, por lo que se combinan mediante suma directa:

$$\sigma_a = K_f^{fl}\,\frac{6\,M_a}{e\,h^2}$$

$$\sigma_m = K_f^{fl}\,\frac{6\,M_m}{e\,h^2} + K_f^{ax}\,\frac{P_m}{e\,h}$$

Goodman:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n}$$

$$\therefore \quad K_f^{fl}\,\frac{6\,M_a}{e\,h^2\,S_e} + K_f^{fl}\,\frac{6\,M_m}{e\,h^2\,S_{ut}} + K_f^{ax}\,\frac{P_m}{e\,h\,S_{ut}} = \frac{1}{n} \quad \Big] \; 1$$

Despejando el espesor:

$$1 \; \Big\{ \; e = n\left(K_f^{fl}\,\frac{6\,M_a}{h^2\,S_e} + K_f^{fl}\,\frac{6\,M_m}{h^2\,S_{ut}} + K_f^{ax}\,\frac{P_m}{h\,S_{ut}}\right), \qquad (*)$$

donde todos los valores numéricos de las variables son conocidos excepto S_e que es función del espesor ($S_e = 248.4\,K_b = 248.4\,f(e)$). Por lo tanto, usaremos la Ec. (*) para encontrar el espesor por iteración.

Iteración 1:

Suponemos $e = 5$ mm $\Rightarrow$ $d_e = 0.808\sqrt{h\,e} = 0.808\sqrt{14(5)} \approx 6.76$ mm

$$K_b = \left(\frac{d_e}{7.62}\right)^{-0.107} = \left(\frac{6.76}{7.62}\right)^{-0.107} \approx 1.01$$

$$S_e = 248.4\,K_b \approx 251.6 \text{ MPa}$$

Reemplazando valores en (*):

$$e_1 = 2\left(1.57\,\frac{6(10000)}{14^2(251.6)} + 1.57\,\frac{6(20000)}{14^2(600)} + 1.82\,\frac{1286}{14(600)}\right)$$

≈ 7.58 mm

$$\text{Error} = \frac{|e_1 - e|}{e}\times 100 = \frac{|7.58-5|}{5}\times 100 \approx 51.6\ \%$$

8

Iteración 2:

Suponemos $e = 7.58$ mm $\Rightarrow$ $d_e = 0.808\sqrt{14(7.58)} \approx 8.32$ mm

$$K_b = \left(\frac{8.32}{7.62}\right)^{-0.107} \approx 0.99$$

$$S_e = 248.4(0.99) \approx 246 \text{ MPa}$$

Reemplazando valores en (*):

$$e_2 = 2\left(1.57\,\frac{6(10000)}{14^2(246)} + 1.57\,\frac{6(20000)}{14^2(600)} + 1.82\,\frac{1286}{14(600)}\right)$$

≈ 7.67 mm

$$\text{Error} = \frac{|e_2 - e|}{e}\times 100 = \frac{|7.67-7.58|}{7.58}\times 100 \approx 1.19\ \%$$

Iteración 3 :

Suponemos $e = 7.67$ mm $\Rightarrow$ $d_e = 0.808\sqrt{14(7.67)} \approx 8.37$ mm

$$K_b = \left(\frac{8.37}{7.62}\right)^{-0.107} \approx 0.99$$

$$S_e = 248.4(0.99) \approx 246 \text{ MPa}$$

Reemplazando valores en (*):

$$e_3 = 2\left(1.57\frac{6(10000)}{14^2(246)} + 1.57\frac{6(20000)}{14^2(600)} + 1.82\frac{1286}{14(600)}\right)$$

$$\approx 7.67 \text{ mm}$$

$$\text{Error} = \frac{|e_3 - e|}{e} = \frac{|7.67 - 7.67|}{7.67} \times 100 \approx 0\ \%$$

$\therefore$ Espesor calculado : $e = 7.67$ mm //

- Chequeo fluencia 1er ciclo :

$$\sigma_a = 1.57\frac{6(10000)}{7.67(14^2)} \approx 62.66 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = 1.57\frac{6(20000)}{7.67(14^2)} + 1.82\frac{1286}{7.67(14)} \approx 147.12 \text{ MPa}$$

$$n_y = \frac{S_y}{\sigma_a + \sigma_m} = \frac{450}{62.66 + 147.12} \approx 2.14 > 2 \quad \text{OK}$$ //

Dado que $n_y > 2$, el diseño es adecuado.

2

Comprobación del espesor calculado en zona empotramiento

$$\left.\begin{aligned} M_m &= F_m \times 150 = 200 \times 150 = 30000 \text{ Nmm} \\ M_a &= F_a \times 150 = 100 \times 150 = 15000 \text{ Nmm} \end{aligned}\right\} \text{ 2}$$

Del enunciado: $K_f = K_f^{fl} = K_f^{ax} = 1$

Goodman modificado:

$$n = \frac{1}{\dfrac{6\,M_a}{e\,h^2 S_e} + \dfrac{6\,M_m}{e\,h^2 S_{ut}} + \dfrac{P_m}{e\,h\,S_{ut}}}$$

- En la zona de empotramiento $h = 20$ mm.
- El espesor a verificar es el calculado en la zona de entalla:

  $e = 7.67$ mm
- El valor de S_e para $e = 7.67$ mm se obtiene de la última iteración en la zona de entalla:

  $S_e = 246$ MPa

2

$\therefore$

$$n = \frac{1}{\dfrac{6(15000)}{7.67(20^2)246} + \dfrac{6(30000)}{7.67(20^2)600} + \dfrac{1286}{7.67(20)600}} \approx 4.33$$

dado que $n \approx 4.33 > 2$, se cumple requerimiento de factor de seguridad mínimo. Por lo tanto, el espesor $e = 7.67$ mm es adecuado en la zona de empotramiento.

Chequeo fluencia 1er ciclo:

$$\sigma_a = \frac{6\,M_a}{e\,h^2} = \frac{6(15\,000)}{7.67(20^2)} \approx 29.34 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{6\,M_m}{e\,h^2} + \frac{P_m}{e\,h} = \frac{6(30\,000)}{7.67(20^2)} + \frac{1286}{7.67(20)} \approx 67.1 \text{ MPa}$$

$$n_y = \frac{S_y}{\sigma_a + \sigma_m} = \frac{450}{29.34 + 67.1} \approx 4.67 > 2 \quad \text{OK}$$

Dado que $n_y > 2$, el diseño es adecuado.

2

b) Vida de la barra para un espesor de 3 mm

De letra a) sabemos que el factor de seguridad es menor en la zona de entalla. Por lo tanto, la vida estará determinada en la zona de entalla.

- Límite de resistencia a la fatiga:

(1)
$$d_e = 0.808\sqrt{he} = 0.808\sqrt{14(3)} \approx 5.24 \text{ mm}$$

$$K_b = \left(\frac{d_e}{7.62}\right)^{-0.107} = \left(\frac{5.24}{7.62}\right)^{-0.107} \approx 1.04$$

$$S_e = 248.4\, K_b \approx 258.34 \text{ MPa}$$ (ver solución letra a))

- Esfuerzos alternante y medio:

(2)
$$\sigma_a = K_f^{fl}\frac{6\,M_a}{e h^2} = 1.57\,\frac{6(10\,000)}{3(14^2)} \approx 160.2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = K_f^{fl}\frac{6\,M_m}{e h^2} + K_f^{ax}\frac{P_m}{e h} = 1.57\,\frac{6(20\,000)}{3(14^2)} + 1.82\,\frac{1286}{3(14)} \approx 376.1 \text{ MPa}$$

- Factor de seguridad a fatiga:

(1)
$$n = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} = \frac{1}{\frac{160.2}{258.34} + \frac{376.1}{600}} \approx 0.8$$

∴ La barra tendrá vida finita

- Cálculo de vida finita:

$$\sigma_F' = S_{ut} + 345 = 600 + 345 = 945 \text{ MPa}$$

$$m = -\frac{\log(\sigma_F'/S_e')}{\log(2\times10^6)} = -\frac{\log(945/300)}{\log(2\times10^6)} \approx -0.079$$

$$f = \frac{\sigma_F'}{S_{ut}}(2\times10^3)^m = \frac{945}{600}(2\times10^3)^{-0.079} \approx 0.864$$

(2)

$$a = \frac{(fS_{ut})^2}{S_e} = \frac{(0.864(600))^2}{258.34} \approx 1040.25$$

$$b = -\frac{1}{3}\log\left(\frac{fS_{ut}}{S_e}\right) = -\frac{1}{3}\log\left(\frac{0.864(600)}{258.34}\right) \approx -0.1$$

(2)

$$S_{rev} = \frac{\sigma_a}{\left(1-\frac{\sigma_m}{S_{ut}}\right)} = \frac{160.2}{\left(1-\frac{376.1}{600}\right)} \approx 428.76 \text{ MPa}$$

(1)

$$N = \left(\frac{S_{rev}}{a}\right)^{1/b} = \left(\frac{428.76}{1040.25}\right)^{-\frac{1}{0.1}} \approx 7067 \text{ ciclos}$$

$\therefore$ La barra fallará a los 7067 ciclos.

(1)

PAUTA CONTROL #1 / ME5500 / OTOÑO 2017

Factores de concentración de esfuerzos:

$$\frac{D}{d} = \frac{42}{40} = 1.05 \quad ; \quad \frac{r}{d} = \frac{2}{40} = 0.05$$

$\Rightarrow$ $K_t \approx 2.1$ (Fig. A-15-14)

$K_{ts} \approx 1.54$ (Fig. A-15-15)

5

Factores de concentración de esfuerzos a fatiga:

$q \approx 0.73$ (Fig. 6-20)

$q_s \approx 0.94$ (Fig. 6-21)

5

$\Rightarrow$ $K_f = 1 + q(K_t - 1) = 1 + 0.73(2.1 - 1) \approx 1.80$

$K_{fs} = 1 + q_s(K_{ts} - 1) = 1 + 0.94(1.54 - 1) \approx 1.51$

Esfuerzos medios y alternantes:

$$\sigma_m = K_f \frac{32 M_m}{\pi d^3} \; ; \; \sigma_a = K_f \frac{32 M_a}{\pi d^3} \; ; \; \tau_m = K_{fs} \frac{16 T_m}{\pi d^3} \; ; \; \tau_a = K_{fs} \frac{16 T_a}{\pi d^3}$$

ETAPA 1:

$$\left.\begin{array}{l} \sigma_m = 1.8 \dfrac{32(0.2\times10^6)}{\pi(40)^3} \approx 57.3 \text{ MPa} \; ; \; \tau_m = 0 \text{ MPa} \\ \sigma_a = 1.8 \dfrac{32(0.4\times10^6)}{\pi(40)^3} \approx 114.6 \text{ MPa} \; ; \; \tau_a = 0 \text{ MPa} \end{array}\right\} \; 5$$

ETAPA 2:

$$\left.\begin{array}{l} \sigma_m = 1.8 \dfrac{32(0.2\times10^6)}{\pi(40)^3} \approx 57.3 \text{ MPa} \; ; \; \tau_m = 1.51 \dfrac{16(0.2\times10^6)}{\pi(40)^3} \approx 24 \text{ MPa} \\ \sigma_a = 1.8 \dfrac{32(0.2\times10^6)}{\pi(40)^3} \approx 57.3 \text{ MPa} \; ; \; \tau_m = 1.51 \dfrac{16(0.2\times10^6)}{\pi(40)^3} \approx 24 \text{ MPa} \end{array}\right\} \; 5$$

ETAPA 3:

$$\left.\begin{array}{l} \sigma_m = 0 \text{ MPa} \; ; \; \tau_m = 0 \text{ MPa} \\ \sigma_a = 1.8 \dfrac{32(0.4\times10^6)}{\pi(40)^3} \approx 114.6 \text{ MPa} \; ; \; \tau_a = 0 \text{ MPa} \end{array}\right\} \; 5$$

Esfuerzos equivalentes:

$$\sigma_m' = (\sigma_m^2 + 3\tau_m^2)^{1/2} \quad ; \quad \sigma_a' = (\sigma_a^2 + 3\tau_a^2)^{1/2}$$

ETAPA 1:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_m' &= (57.3^2 + 3\cdot 0^2)^{1/2} \approx 57.3 \text{ MPa}\\ \sigma_a' &= (114.6^2 + 3\cdot 0^2)^{1/2} \approx 114.6 \text{ MPa}\end{aligned}\right\} 2$$

ETAPA 2:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_m' &= (57.3^2 + 3\cdot 24^2)^{1/2} \approx 70.8 \text{ MPa}\\ \sigma_a' &= (57.3^2 + 3\cdot 24^2)^{1/2} \approx 70.8 \text{ MPa}\end{aligned}\right\} 2$$

ETAPA 3:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_m' &= (0^2 + 3\cdot 0^2)^{1/2} = 0 \text{ MPa}\\ \sigma_a' &= (114.6^2 + 3\cdot 0^2)^{1/2} \approx 114.6 \text{ MPa}\end{aligned}\right\} 2$$

Límite de resistencia a la fatiga teórico:

$$S_e' = 0.5 \times 400 = 200 \text{ MPa} \} 1$$

Límite de resistencia real a la fatiga:

$$6\left\{\begin{aligned}&K_a = a S_u^b = 4.51(400)^{-0.265} \approx 0.92 \quad (\text{TABLA } 6\text{-}2)\\ &K_b = 1.24(d_{eq})^{-0.107} = 1.24(14.8)^{-0.107} \approx 0.93\\ &\quad d_{eq} = 0.37d = 0.37(40) \approx 14.8 \text{ mm} \quad (\text{TABLA } 6\text{-}3)\\ &K_c = 1 \quad (\text{flexión combinada con torsión en VM})\\ &K_d = 1 \quad (20°C)\\ &K_e = 0.814 \quad (99\%)\\ &K_f = 0.75 \quad (\text{enunciado})\end{aligned}\right.$$

$$2\left\{\begin{aligned}S_e &= K_a K_b K_c K_d K_e K_f S_e'\\ &= 0.92(0.93)1(1)0.814(0.75)200 \approx 104.47 \text{ MPa}\end{aligned}\right.$$

Esfuerzos reversibles equivalentes:

$$S_{rev} = \frac{\sigma_a'}{\left(1 - \frac{\sigma_m'}{S_u}\right)}$$

ETAPA 1: $S_{rev} = \dfrac{114.6}{\left(1 - \frac{57.3}{400}\right)} \approx 133.76 \text{ MPa} \} 2$

ETAPA 2: $S_{rev} = \dfrac{70.8}{\left(1 - \frac{70.8}{400}\right)} \approx 86 \text{ MPa} \} 2$

ETAPA 3: $S_{rev} = \dfrac{114.6}{\left(1 - \frac{0}{400}\right)} = 114.6 \text{ MPa} \} 2$

Vida en ciclos para cada etapa:

Del diagrama S-N: $f S_u = 360$ MPa

$$N = \left(\frac{S_{rev}}{a}\right)^{1/b}$$

$$2\left\{\begin{aligned}b &= -\frac{1}{3}\log\left(\frac{fS_u}{S_e}\right) = -\frac{1}{3}\log\left(\frac{360}{104.47}\right) \approx -0.179\\ a &= \frac{(fS_u)^2}{S_e} = \frac{360^2}{104.47} \approx 1240.55\end{aligned}\right.$$

2 { ETAPA 1: $N_1 = \left(\dfrac{133.76}{1240.55}\right)^{-\frac{1}{0.179}} \approx 2.534 \times 10^5$

2 { ETAPA 2: $N_2 > 10^6$ vida infinita ($S_{rev} < S_e$)

2 { ETAPA 3: $N_3 = \left(\dfrac{114.6}{1240.55}\right)^{-\frac{1}{0.179}} \approx 6.01 \times 10^5$

Palmgren-Miner:

2 {
- n = Nº total de ciclos que dura la pieza
- ETAPA 2 NO SE CONSIDERA PUES $S_{rev} < S_e$ (vida infinita)

$$\frac{0.25\,n}{2.534 \times 10^5} + \frac{0.25\,n}{6.01 \times 10^5} = 1$$

$$\Rightarrow n = \frac{1}{\left(\frac{0.25}{2.534\times 10^5} + \frac{0.25}{6.01 \times 10^5}\right)} \approx 712\,984 \text{ ciclos} \quad \} 2$$

2 { $\therefore \dfrac{712984}{f} = 712984 \times 6 = 4277904$ [s] $\Rightarrow$ Vida esperada en días $= \dfrac{4277904}{3600 \times 24} \approx 50$ días