

## Auxiliar 7

Profesor: Francisco Brieva.  
Auxiliares: Lucas González y Enrique Navarro.  
Fecha: 13/04/2023

**P1.** Se tiene un anillo de radio  $R$  y masa  $M$  uniformemente distribuida ubicado en un plano, y una masa puntual de masa  $m \ll M$  ubicada sobre el eje de simetría del anillo a una distancia  $z$ .

1. Calcular la fuerza gravitacional sobre  $M$  en función de la distancia  $z$ .
2. Estudiar el movimiento de pequeñas oscilaciones de  $m$  en torno al plano del anillo.

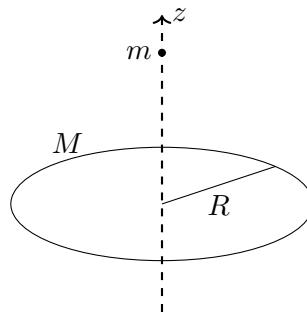


Figura 1

**P2.** Una partícula de masa  $m$  se mueve inicialmente a una velocidad  $v_0$  e ingresa a un riel semicircular de radio  $R$  con un coeficiente de roce cinético  $\mu$ .

- Determine la rapidez de la partícula al abandonar el riel
- Determine en cuánto tiempo la partícula abandona el riel

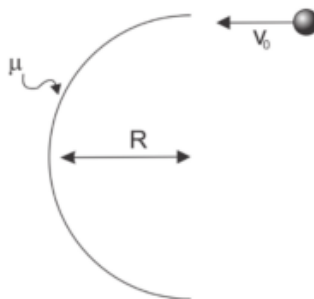


Figura 2

**P3.** Una pequeña esfera de densidad de masa por unidad de volumen constante ( $\rho_m$ ) y volumen  $V$  (su masa es  $M = \rho_m V$ ) está ligada al extremo de una barra rígida de largo  $L$  y masa despreciable. La barra pivotea (puede rotar en el plano vertical) en torno a un punto fijo de una estructura de soporte (figura). El sistema se sumerge en un volumen (grande) de agua con densidad de masa por unidad de volumen  $\rho_a$ . Se quiere estudiar el comportamiento del péndulo en el fluido cuando el agua está en movimiento. Usando el ángulo  $\theta$  que la barra del péndulo hace con la vertical para describir el movimiento y considerando las fuerzas de gravedad (de la tierra sobre la esfera), de empuje (del agua sobre la esfera) y de roce viscoso (debido al movimiento en el fluido) del tipo (donde  $c$  es el coeficiente de roce viscoso).

$$\vec{F}_{r-visc} = -c\vec{v}_{relativa}$$

a) Determine la ecuación diferencial para la variable angular  $\theta$  que describe el movimiento cuando el agua tiene una velocidad  $\vec{v}_a = v_h \hat{x}$ .

- Encuentre la posición de equilibrio estable del péndulo cuando  $\rho_m \cdot \rho_a$ .
- Bajo qué condición oscilaría el péndulo al perturbarlo alrededor del equilibrio.
- Determine la rapidez  $v_h$  del agua para que el amortiguamiento sea crítico.

b) Responda las mismas preguntas que en caso (a) si el agua tiene una velocidad  $\vec{v}_a = v_v \hat{y}$ .

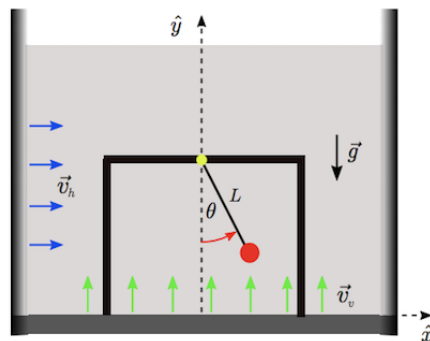


Figura 3