

Auxiliar 3

Dipolo y campo eléctrico

Profesor: Simón Riquelme

Auxiliares: Antonia Cisternas, Javier Huenupi

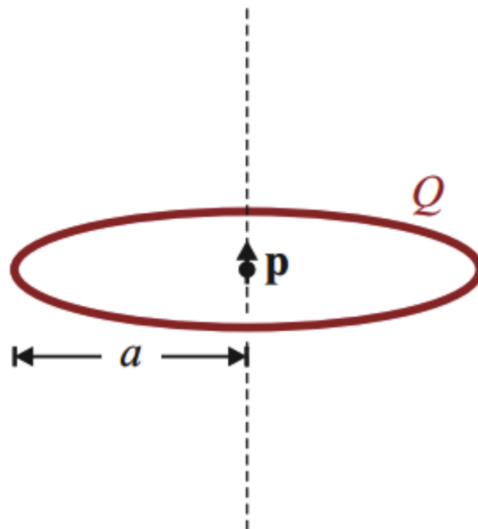
Ayudante: Bruno Pollarolo

P1.- Dipolo

Un anillo circular de radio a , almacena una carga Q distribuida uniformemente. En el centro del anillo se encuentra un dipolo puntual \vec{p} , alineado según el eje de la espira.

- Determine la fuerza que el dipolo ejerce sobre el anillo.
- Demuestre que la fuerza que ejerce un campo eléctrico sobre un dipolo es $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}$. Calcule la fuerza que el anillo produce sobre el dipolo, ¿se verifica la tercera Ley de Newton?
- Demuestre que la energía de un dipolo en un campo eléctrico viene dada por $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$. Determine la energía que tiene el dipolo por encontrarse en el campo del anillo.
- Demuestre que el torque que ejerce un campo eléctrico sobre un dipolo es $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$. Calcule el torque que el anillo ejerce sobre el dipolo

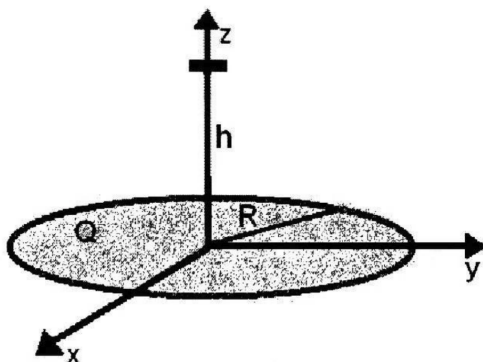
Hint: Para algunos casos le será útil considerar el dipolo como dos partículas en el eje \hat{k} de cargas q y $-q$ en la posición $d/2$ y $-d/2$ respectivamente, donde d es pequeño. Algunas expresiones tendrá que expandirlas en serie de Taylor



P2.- Una carga Q se aplica a un disco circular de material aislante de radio R , de forma que la densidad de carga superficial es proporcional a la distancia radial desde el centro. Demuestre que el campo eléctrico en el eje del disco a una distancia axial h desde el centro es:

$$\vec{E}(h) = \frac{3Qh}{4\pi\epsilon_0} \left(\ln \frac{R + \sqrt{R^2 + h^2}}{h} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + h^2}} \right) \hat{k}$$

Hint: Puede serle útil la identidad $\arcsin x = \ln x + \sqrt{1 + x^2}$



Formulario

Dipolo eléctrico

Dado un dipolo situado en el origen y con momento dipolar \vec{p} , el potencial eléctrico generado por este a una distancia \vec{r} está dado por:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2},$$

por lo que el campo eléctrico se calcula como

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}}{r^3}.$$

Fuerza y torque

La fuerza aplicada sobre una **carga puntual** q en la posición \vec{r} se calcula como

$$\vec{F} = q\vec{E}(\vec{r}),$$

y la fuerza aplicada sobre una **distribución continua**

$$\vec{F} = \int dq' \vec{E}(\vec{r}'),$$

donde la integral recorre toda la distribución y \vec{E} es el campo generado por una fuente externa. Además, el torque ejercido por una fuerza \vec{F} a una distancia \vec{r} se calcula como

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}.$$