Aux. Extra C2

Relacionando con lo visto anteriormente:

- $\vec{E} \rightarrow \vec{B}$
  $Q \rightarrow I$
  $\rho \rightarrow \vec{J}$

Forma diferencial: Gauss $\longrightarrow$ Ampère

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \longrightarrow \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}(\vec{r})$$

Forma integral: Gauss $\longrightarrow$ Ampère

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \longrightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = I \mu_0$$

$*$ $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

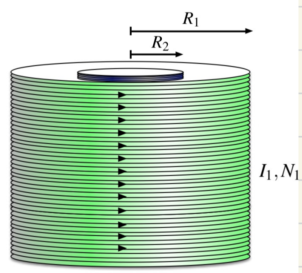
Fuerza de Lorentz: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Problema 12.11

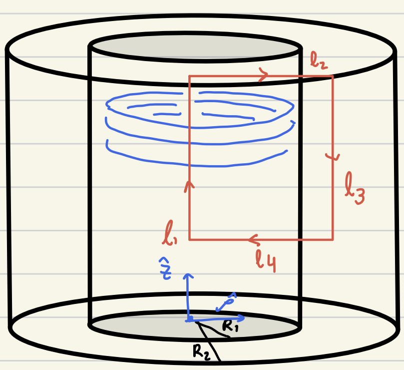
Considere dos bobinas muy largas de radios R_1 y R_2, con N_1 y N_2 vueltas por unidad de largo, respectivamente. La bobina de radio R_2 se encuentra inserta dentro de la bobina de radio R_1 compartiendo su mismo eje. Si por la bobina exterior circula una corriente I_1, determine:

a) La corriente I_2 que circula por la bobina interior, sabiendo que el campo magnético para $r < R_2$ es nulo.

b) Para la corriente encontrada en la parte anterior, encuentre la fuerza por unidad de área que siente la bobina interior.



a)



Ley de Ampere:

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = I_{enc}\, \mu_0$$

$$\Rightarrow \int_{l_1} \overset{0}{\vec{B}} \cdot d\vec{l} + \int_{l_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{l_3} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{l_4} \vec{B} \cdot d\vec{l} = I_{enc} \cdot \mu_0$$

ya que B para $r < R_2$ es 0.

$$\underbrace{\int_{l_2} B\hat{z} \cdot dl\,\hat{r}}_{0} \qquad \underbrace{\int_{l_4} B\hat{z} \cdot dl\,\hat{r}}_{0}$$

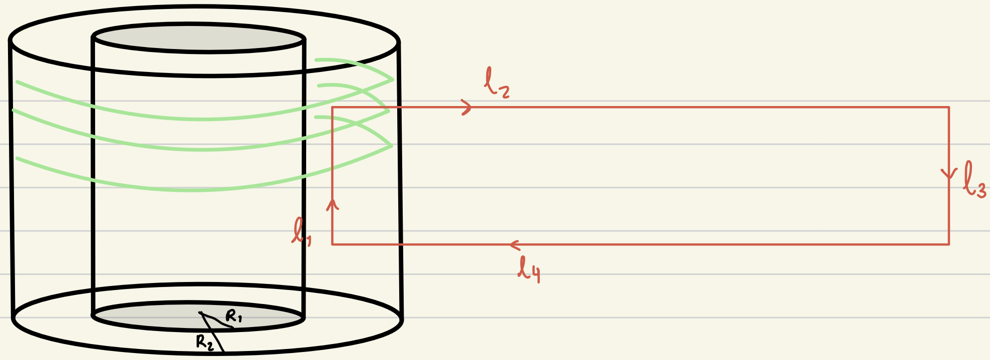
$\rightarrow$ luego, por la geometría del problema (y regla de la mano derecha): $\vec{B} = B(r)\hat{z}$

componente en $\hat{r}$ $\rightarrow$ del campo se cancela

límites debido a la dirección de l_3.

$$\Rightarrow \int_1^0 B(R_1 < r < R_2) \cdot \hat{z} \cdot \hat{z} \cdot dz = I_2 \cdot N_2 \mu_0 \longrightarrow$$ N_2 vueltas encerramos en 1 unidad de largo.

$$\Rightarrow -\vec{B}(R_1 < r < R_2) = I_2 \cdot N_2\, \mu_0\, \hat{z}$$



· Imponemos l_3 muy lejano de la Bobina $\Rightarrow \int_{l_3} \vec{B} \cdot \vec{dl} = 0$ (B despreciable)

· Aplicando ley de Ampere nuevamente, $\int_{l_2} B(R_1 < r < R_2) \cdot \hat{z} \cdot dz \cdot \hat{z} = I_{enc} \mu_0$

$$\Rightarrow \int_0^1 B(R_1 < r < R_2) \cdot dz = \underbrace{I_1}_{\text{conocida}} \cdot N_1 \mu_0$$

$$\Rightarrow \vec{B}(R_1 < r < R_2) = I_1 N_1 \cdot \hat{z} \mu_0$$

Juntando lo anterior: $-I_2 N_2 = I_1 N_1$

$$\Rightarrow \boxed{I_2 = -\frac{I_1 N_1}{N_2}}$$

(b) Fuerza de Lorentz:

$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r})$. $\rightarrow$ Luego, $K_2 = \frac{I_2}{dl} = I_2 \cdot N_2 \Rightarrow$ corriente por unidad de largo.

$$\Rightarrow d\vec{F} = I \, \vec{dl} \times \vec{B}$$

$$\Rightarrow d\vec{F} = \vec{K} \cdot ds \times \vec{B}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d\vec{F}}{ds} = \vec{K} \times \vec{B}.}$$

· Ahora, $\vec{K}_2 = I_2 N_2 \cdot \hat{\phi} = -I_1 N_1 \hat{\phi}$

$$\vec{B}(r = R_2) = \mu_0 I_1 N_1 \hat{z}$$

Finalmente, $\frac{d\vec{F}}{ds} = -I_1 N_1 \hat{\phi} \times \mu_0 N_1 I_1 \hat{z} = \boxed{-(I_1 N_1)^2 \mu_0 \hat{r}}$