

Auxiliar 13(13): Ortogonalidad

Profesor: Marcos Kiwi K.

Auxiliares: Luis Fuentes C. y Javiera Gutiérrez R.

P1. Sea $\left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle$ una base de U .

- Encuentre una base ortonormal de U .
- Encuentre una base ortonormal de U^\perp .

P2. Dada la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -2 \\ 0 & 7 & -2 \\ -2 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

- Determine el polinomio característico de A y determine sus valores propios.
- Determine los vectores propios de A y diagonalice (argumentando que es posible hacerlo).
- ¿Es posible construir una base ortonormal de vectores propios? Si es así, calcúlela y diagonalice de la forma $A = PDP^t$.
- ¿Es A invertible?

P3. Sea $A \in \mathbb{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ una matriz simétrica. Se sabe que su polinomio característico y sus vectores propios asociados son:

$$p(\lambda) = -\lambda(\lambda - 3)^2, v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ y } v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Construya la matriz A con la información antes dada.

P4. Considere la matriz $B \in \mathbb{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ definida por:

$$\begin{pmatrix} 2 & a & 0 \\ 0 & 2 & b \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Determine para que valores de a y b la matriz C es diagonalizable.