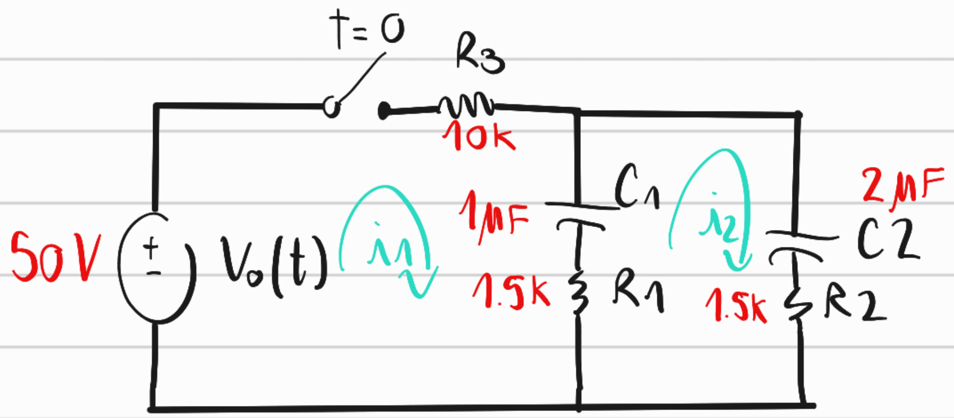
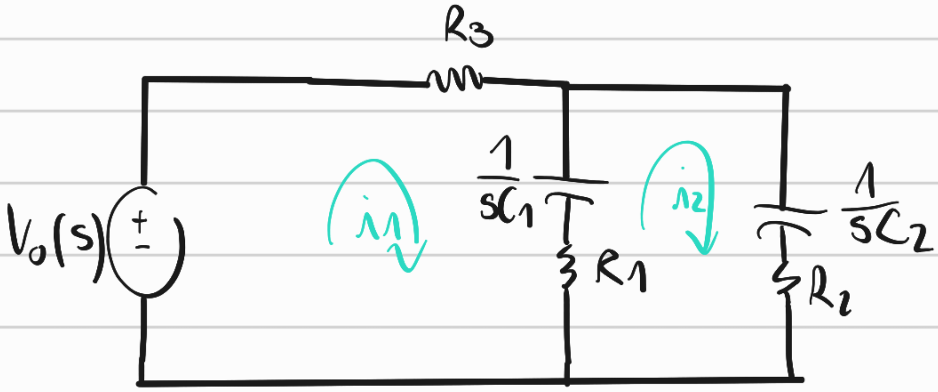
P1



a) Para calcular $i_1(t)$ ocupamos MCM en dominio de Laplace



malla 1: $$-V_o(s)+i_1R_3+\frac{1}{sC_1}(i_1-i_2)+R_1(i_1-i_2)=0$$

$$\left(R_3+R_1+\frac{1}{sC_1}\right)i_1-\left(\frac{1}{sC_1}+R_1\right)i_2=V_o(s)$$

$$\left(11.5\cdot10^3+\frac{10^6}{s}\right)-\left(\frac{10^6}{s}+1.5\cdot10^3\right)=\frac{50}{s}$$

$s \rightarrow V_o$ se comporta como escalón debido al switch

malla 2: $$R_1(i_2-i_1)+\frac{1}{sC_1}(i_2-i_1)+\frac{1}{sC_2}i_2+R_2i_2=0$$

$$-\left(R_1+\frac{1}{sC_1}\right)i_1+\left(R_1+R_2+\frac{1}{sC_1}+\frac{1}{sC_2}\right)i_2=0$$

$$-\left(\frac{10^6}{s}+1.5\cdot10^3\right)+\left(3\cdot10^3+\frac{1.5\cdot10^6}{s}\right)=0$$

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix}\left(11.5\cdot10^3+\frac{10^6}{s}\right) & -\left(\frac{10^6}{s}+1.5\cdot10^3\right)\\ -\left(\frac{10^6}{s}+1.5\cdot10^3\right) & \left(3\cdot10^3+\frac{1.5\cdot10^6}{s}\right)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{50}{s}\\ 0\end{bmatrix}$$

Cuyo resultado es:

$$\begin{bmatrix} i_1(s) \\ i_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{0.004651(s+500)}{(s+504.132)(s+30.7519)} \\ \dfrac{0.002325(s+666.669)}{(s+504.132)(s+30.7519)} \end{bmatrix}$$

Expandiendo $i_1(s)$ en fracciones parciales se obtiene:

$$i_1(s) = \frac{0.000041}{s+504.132} + \frac{0.00461}{s+30.7519}$$

$$\Big\downarrow \mathcal{L}^{-1}$$

$$\boxed{i_1(t) = 0.000041\, e^{-504.132t} + 0.00461 \cdot e^{-30.7519}}$$

b) Se pide obtener la función de transferencia $H(s) = \dfrac{V_c(s)}{V_o(s)}$.
Calculemos $V_c(s)$

$$V_c(s) = Z_{C_2}\, i_2(s) \quad {}^{1/sC_2}$$

$$= \frac{0.002325(s+666.67) \cdot 0.5 \cdot 10^6}{(s+504.132)(s+30.7519)s}$$

Por tanto:

$$H(s) = \frac{V_c(s)}{V_o(s)}$$

$$= \frac{0.002325(s+666.667)\,\cancel{0.5} \cdot 10^{\cancel{6}\,4}}{(s+504.132)(s+30.7519)\cancel{s}} \cdot \frac{\cancel{s}}{\cancel{5}0}$$

$$\boxed{= \frac{23.25(s+666.67)}{(s+504.132)(s+30.7519)}}$$

c) Para bosquejar el diagrama de Bode primero realizamos el cv $s = jw$ y se factoriza $H(s)$ en factores de la forma $\left(1 + \frac{jw}{w_i}\right)$ con w_i las frecuencias de corte.

$$H(jw) = \frac{23.25(jw+666.67)}{(jw+504.132)(jw+30.7519)}$$

$$= \overbrace{\frac{23.25 \cdot 666.667}{504.132 \cdot 30.7519}}^{\approx 1} \frac{\left(1+\frac{jw}{666.667}\right)}{\left(1+\frac{jw}{504.132}\right)\left(1+\frac{jw}{30.7519}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{H(jw) = \frac{\left(1+\frac{jw}{666.667}\right)}{\left(1+\frac{jw}{504.132}\right)\left(1+\frac{jw}{30.7519}\right)}}$$

Para bosquejar el diagrama de Bode se toman ptos de frecuencia particulares que hacen cambiar la función de transferencia $H(jw)$. En particular:

Para w_i ceros $\Rightarrow$ la pendiente aumenta $+20 \left[\frac{dB}{dec}\right]$
Para w_i polos $\Rightarrow$ la pendiente disminuye $+20 \left[\frac{dB}{dec}\right]$

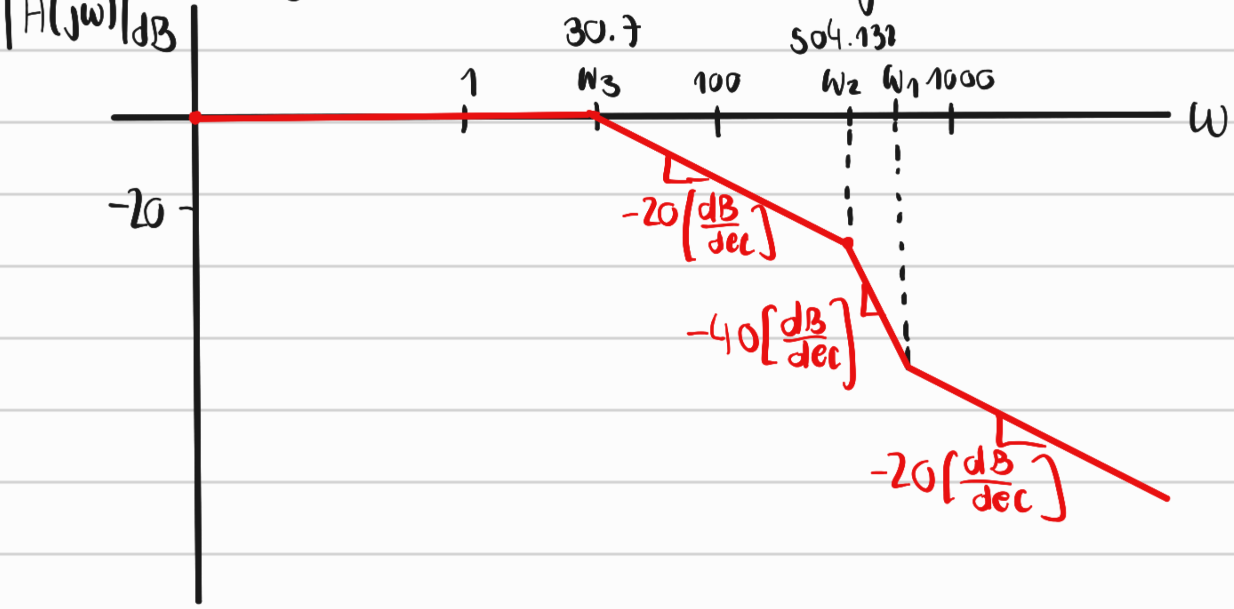
Para el $H(jw)$ calculado identificamos que $w_1 = 666.667 \left[\frac{rad}{s}\right]$ es cero mientras que $w_2 = 504.132 \left(\frac{rad}{s}\right)$ y $w_3 = 30.7519 \left[\frac{rad}{s}\right]$ son polos. Para identificar el valor inicial evaluamos en $w_0 = 0$.

$$|H(0)| = 1$$

$$20\log(\ )$$

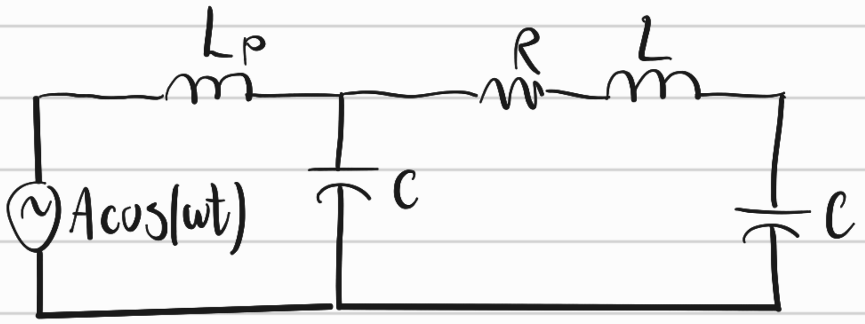
$$|H(0)|_{dB} = \cancel{20 \log}^{\,10}(1) = 0$$

Por tanto el diagrama queda de la sgte forma:



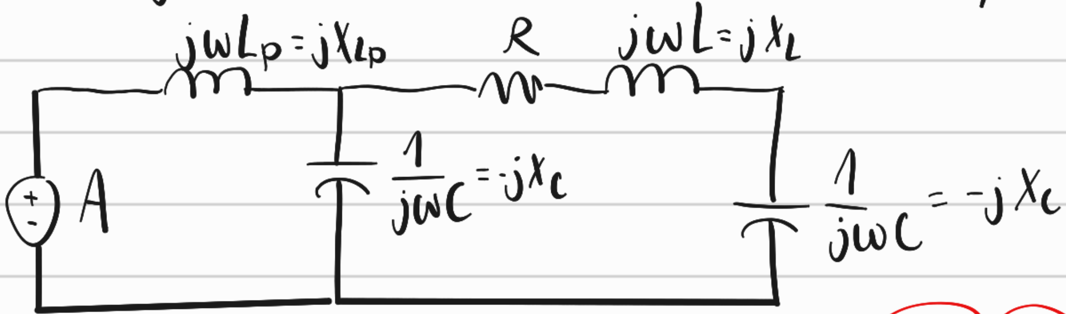
d) Dado que la ganancia en dB decae a mayor frecuencia la naturaleza del filtro es de pasa-bajos.

P_2

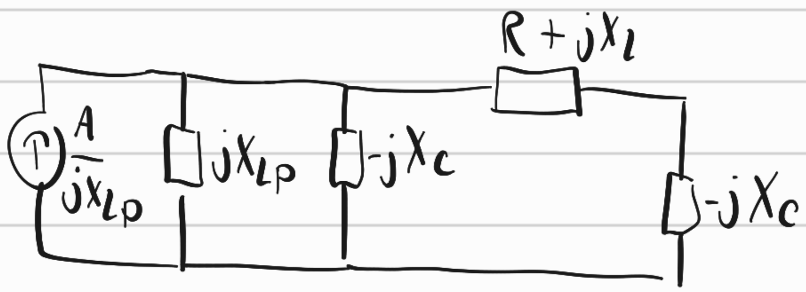


- $\omega = 100\pi$
- $X_{Lp} = |j\omega L_p| = 4[\Omega] \Rightarrow L_p = \frac{4}{\omega} = \frac{4}{100\pi}[H] = 0.01273[H]$
- $X_L = |j\omega L| = 40[\Omega] \Rightarrow L = \frac{4\cancel{0}}{10\cancel{0}\pi} = 0.1273[H]$
- $X_C \left|\frac{1}{j\omega C}\right| = 0.8[\Omega] \Rightarrow$ $\qquad \frac{1}{j\omega C}\cdot\frac{j}{j} = \left|\frac{-j}{\omega C}\right| = \sqrt{\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$

a) Para obtener la fn de red aplicamos transformada fasorial (todas las variables se escriben como $\Psi = \dot{\Psi} e^{j\omega t}$ con $\dot{\Psi} = \Psi_0 e^{j\phi}$) a todo el circuito. La ventaja de esto es que al igual que en el dominio de Laplace, las ecs dif que imponen los cond. e induc. pasan a ser relaciones algebraicas donde se trabaja con impedancias $Z_L = j\omega L$ y $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

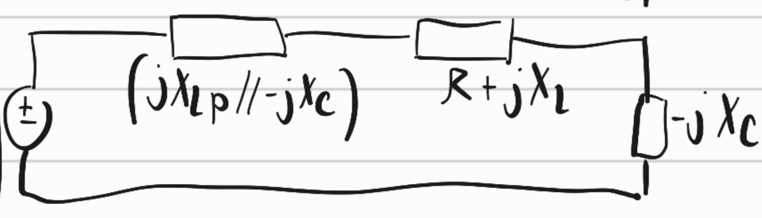


$\Longleftrightarrow$



Se definió
$X_{Lp} = \omega L_p$
$X_L = \omega L$
$X_C = \frac{1}{\omega C}$

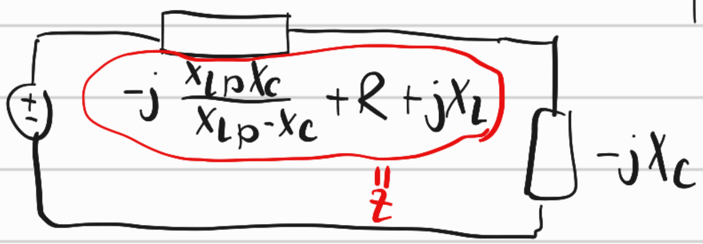
$\frac{A}{jX_{Lp}}\left(jX_{Lp}//-jX_C\right)$



$$\left(jX_{Lp} // -jX_c\right) = \frac{X_{Lp}X_c}{j(X_{Lp}-X_c)}$$ producto sobre la suma

40

$$-\frac{A}{\cancel{jX_{Lp}}}\,\frac{\cancel{X_{Lp}}X_c}{j(X_{Lp}-X_c)}$$



$$\boxed{\begin{aligned} Z &= R + \left(X_L - \frac{X_{Lp}X_c}{X_{Lp}-X_c}\right)j \\ &= 10 + \left(40 - \frac{4\cdot 0.8}{4-0.8}\right)j \\ &= 10 + 39j \end{aligned}}$$

$$\Rightarrow\quad V_{out} = \frac{+jX_c}{(Z-jX_c)} \cdot + \frac{X_c}{(X_{Lp}-X_c)}$$

$$= \frac{A X_c^2}{(Z-jX_c)(X_{Lp}-X_c)}$$

Por tanto:

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\cancel{A}X_c^2}{(Z-jX_c)(X_{Lp}-X_c)}\cdot\frac{1}{\cancel{A}}$$

b) Para RPS es sabido que la forma de cualquier variable del circuito es (dado una entrada $A\cos(\omega t+\phi)$):

$$RPS = A\cdot|H(j\omega)|\cos(\omega t + \phi + \angle H(j\omega))$$

Por lo único que hay que hacer es calcular $|H(j\omega)|$ y $\angle H(j\omega)$.
Utilizando el resultado de la parte a):

$$H(j\omega) = \frac{0.8^2 j}{(10+38.2j)(4-0.8)}$$

$$= \frac{0.64j}{32 + 122.4j} \quad 0.64j = 0.64\angle 90^\circ \quad 32+122.4j = 126.513\angle 75.33^\circ$$

$$= \underbrace{5.05\cdot 10^{-3}}_{|H(j\omega)|} \angle \underbrace{14.67^\circ}_{\angle H(j\omega)^\circ}$$

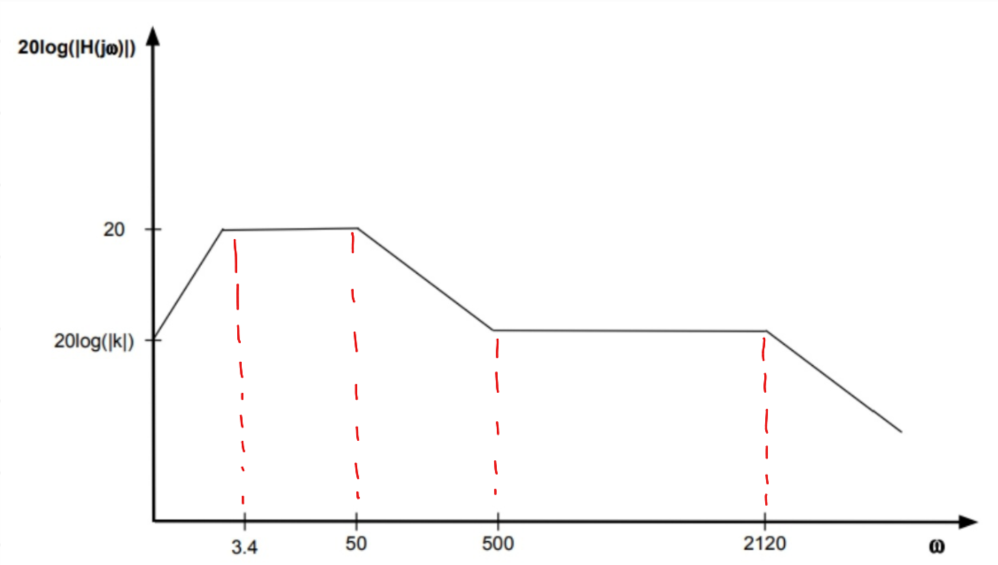
$$\Rightarrow \boxed{V_{out}(t) = 5.05\cdot \cancel{10^{-3}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot 220 \cdot \cancel{10^{3}} \cos(100\pi t + 14.67^\circ) [V]}$$

P3

Dado el diagrama de Bode se pide determinar la función de transferencia H(s). Primero identificamos los ceros y polos.

Cero → aumento de la pendiente $+20\left[\frac{dB}{dec}\right]$

polo → disminuye la pendiente $-20\left[\frac{dB}{dec}\right]$



- Cero en $w=0$
- Polo en $w=3.4\left[\frac{rad}{s}\right]$
- Polo en $w=50\left[\frac{rad}{s}\right]$
- Cero en $w=500\left[\frac{rad}{s}\right]$
- Polo en $w=2120\left[\frac{rad}{s}\right]$

Por lo tanto H(s) se escribe como:

$$H(s) = Ks\left(\frac{1}{1+\frac{s}{3.4}}\right)\left(\frac{1}{1+\frac{s}{50}}\right)\left(1+\frac{s}{500}\right)\left(\frac{1}{1+\frac{s}{2120}}\right)$$

Sólo falta obtener K. Para ello evaluamos en cualqoier pto. En particular en $w = 3.4$ se sabe que $|H(jw)|_{dB}$ vale 20dB, por tanto:

$$20\log|H(jw)| = 20\Big[\log|K| + \log|jw| + \log\left|\frac{1}{1+\frac{jw}{3.4}}\right| + \log\left|\frac{1}{1+\frac{jw}{50}}\right|$$
$$+ \log\left|1+\frac{jw}{500}\right| + \log\left|\frac{1}{1+\frac{jw}{2120}}\right|\Big]$$

Ocupando que $|\alpha + \beta j| = \sqrt{\alpha^2+\beta^2}$ y $\left|\frac{1}{1+\frac{s}{\varepsilon}}\right| = \left|1+\frac{s}{\varepsilon}\right|^{-1}$
$= \left|1+j\frac{w}{\varepsilon}\right|^{-1}$

$$20\log|H(jw)| = 20\log|K| + 20\log|w| - 10\log\left(1+\left(\frac{w}{3.4}\right)^2\right) - 10\log\left(1+\left(\frac{w}{50}\right)^2\right)$$
$$+ 10\log\left(1+\left(\frac{w}{500}\right)^2\right) - 10\log\left(1+\left(\frac{w}{2120}\right)^2\right)$$

Evaluando en $w = 3.4$ y asumiendo $3.4 \ll 50, 500, 2120$

$$|H(jw)|_{dB} = 20 = 20\log|K| + 20\log(3.4) - 10\log(2)$$

$$\Rightarrow \log|K| = 1 + \frac{1}{2}\log(2) - \log(3.4)$$
$$\log|K| = 0.62$$
$$K = 10^{0.62}$$
$$\boxed{K = 4.169}$$

Finalmente:

$$\boxed{H(s) = 4.169\, s\left(\frac{1}{1+\frac{s}{3.4}}\right)\left(\frac{1}{1+\frac{s}{50}}\right)\left(1+\frac{s}{500}\right)\left(\frac{1}{1+\frac{s}{2120}}\right)}$$