Joaquín Márquez
Amaru Moya

Auxiliar 3: Los gatos cuánticos: ni están vivos, ni están muertos, solo quieren atención.(clickéame!)

P1 Debemos saber, sabremos Basado en los experimentos y resultados de los albores de la cuántica. Justifique cada uno de los postulados vistos en clases.

P2 Soltando la mano Este ejercicio es de calcular cosas con álgebra lineal para soltar mano y practicar. Considere las dos siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Escriba estas dos matrices como operadores en notación bra-ket considerando la base canónica $\hat{e}_i = |i\rangle$.

b) Encuentre los autovalores de A y B, además de encontrar los subespacios propios.
Indicación: Los ceros de la función $f(x) = -x^3 + 4x^2 - x - 6$ son -1, 2 y 3.

c) Determine si estos operadores conmutan. ¿Qué sucede entonces? Describa una consecuencia matraquística y una física de esta situación en base a los postulados.

P3 ¿Por qué el autoestado está en un taco? Porque no podía conmutar con los otros autos. Muestre que dos matrices conmutan si y solo sí tienen una base de autovectores en común (para el caso no degenerado). Explique cual es el significado físico de esto.

P4 Encontrar una base común Considere el siguiente vector y operadores descritos en alguna base:

$$|\Psi_0\rangle = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad C = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & i \\ 0 & -i & 1 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

a) Primero se mide C e inmediatamente después se mide D. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 0 al haber medido C y luego 1 al medir D.

b) Si se mide al revés, primero D y luego C, cuales son las probabilidades de obtener primero 1 (midiendo D) y luego 0 (midiendo C).

c) Analice e interprete los resultados.

RESUMEN POSTULADOS

- Los postulados de la cuántica son:
  1. El estado de una partícula está representado por un vector $|\psi(t)\rangle$ en un espacio de Hilbert.
  2. Las variables independientes x y p de la clásica están representados por los operadores hermíticos X y P respectivamente, son autoadjuntos y sus elementos de matriz son
  $$\begin{aligned} \langle x|\, X\, |x'\rangle &= x\delta(x-x') \\ \langle x|\, P\, |x'\rangle &= -i\hbar\delta'(x-x') \end{aligned}$$
  3. Si una partícula está en un estado $|\psi\rangle$ y se mide la variable correspondiente a Ω, dará uno de sus autovalores, ω, con probabilidad proporcional a $|\langle\psi|\omega\rangle|^2$, y el estado del sistema cambiará a $|\omega\rangle$, el autoestado respectivo.
  4. La evolución temporal del sistema está descrita por la ecuación de Schrödinger
  $$H\,|\psi\rangle = i\hbar\partial_t\,|\psi\rangle$$
- Al realizar una medición a $|\psi\rangle$ con una variable correspondiente a Ω, si el autovalor ω es degenerado, entonces ahí corresponde hacer una proyección sobre el autoespacio, y la probabilidad corresponde a ser proporcional a $|\langle\psi|\,\mathbb{P}_\omega\,|\psi\rangle|^2$. Donde $\mathbb{P}_\omega$ es el operador proyección sobre el espacio propio de ω.