



FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

MA1001-1 Introducción al Cálculo

Profesor: Diana Narváez

Auxiliar: Nicolás Cornejo

Auxiliar 8

P1 Determine el valor de las siguientes expresiones

a) $\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

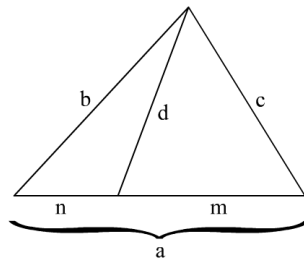
b) $\tan\left(\arccos\left(\frac{24}{25}\right)\right)$

P2 Resuelva las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\sin(x) - \cos(3x) = \cos(5x) - \sin(3x)$

b) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$

P3 Considere un triángulo de lados a, b, c , en el cual se traza una ceviana de longitud d que divide al lado a en dos segmentos de largos m y n como aparece en la figura:



a) Muestre que si la ceviana es una bisectriz, entonces $\frac{b}{n} = \frac{c}{m}$

b) Muestre que si la ceviana es una mediana, entonces $2b^2 + 2c^2 = a^2 + 4d^2$

P4 Considere un triángulo de lados a, b, c y ángulos internos α, β, γ (respectivamente), con $\alpha = 2\beta$. Demuestre que $a^2 = b(b + c)$

P5 [Propuesto] Verifique que:

$$\cos\left(\arcsin\left(\frac{5}{13}\right) - \arccos\left(\frac{4}{5}\right)\right) = \frac{63}{65}$$

P6 [Propuesto] Determine todos los ángulos $\theta \in [0, 2\pi]$ que satisfacen $\cos(2\theta) = \cos(\theta)$

Identidades útiles:

- $\sin(x + y) = \sin(x) \cos(y) + \sin(y) \cos(x)$
- $\sin(x) + \sin(y) = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$
- $\cos(x + y) = \cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y)$
- $\cos(x) + \cos(y) = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$
- $\tan(x + y) = \frac{\tan(x) + \tan(y)}{1 - \tan(x) \tan(y)}$
- $\cos(x) - \cos(y) = -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$

Def (Arcoseno). La función inversa de $\sin x$ es $\arcsin : [-1, 1] \rightarrow [-\pi/2, \pi/2]$

Def (Arcocoseno). La función inversa de $\cos x$ es $\arccos : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$

Def (Arcotangente). La función inversa de $\tan x$ es $\arctan : \mathbb{R} \rightarrow (-\pi/2, \pi/2)$

Prop. La solución de la ecuación $\sin x = a$ con $|a| \leq 1$ es:

$$x = k\pi + (-1)^k \arcsin(a), \quad k \in \mathbb{Z}$$

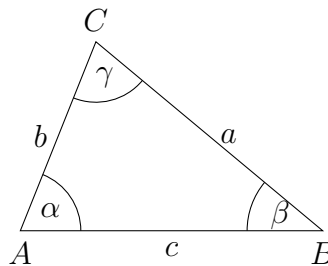
Prop. La solución de la ecuación $\cos x = a$ con $|a| \leq 1$ es:

$$x = 2k\pi \pm \arccos(a), \quad k \in \mathbb{Z}$$

Prop. La solución de la ecuación $\tan x = a$ con $a \in \mathbb{R}$ es:

$$x = k\pi + \arctan(a), \quad k \in \mathbb{Z}$$

Teorema. Sea el siguiente triángulo ABC .



Teorema del seno:

$$\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$$

Teorema del coseno:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$$