



MA1001-1 Introducción al Cálculo

Profesor: Diana Narváez

Auxiliar: Nicolás Cornejo

Auxiliar 16

P1 Determine todo tipo de asíntotas de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 + 3x - 10} \quad b) g(x) = \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x} \quad c) h(x) = \frac{x^2}{(1+e^x)(x-3)}$$

P2 Calcule por definición la derivada de:

$$a) \sinh(x) \quad b) x \ln(x)$$

P3 Calcule la derivada de:

$$a) \tan^2(x) + \tan(x^2) \quad b) \frac{x}{\cosh(\sqrt{x})} \quad c) x^{\arctan(x)}$$

P4 Usando la fórmula para la derivada de la función inversa, calcule la derivada de:

$$a) \sqrt[3]{x} \quad b) \ln(x)$$

P5 Encuentre la recta tangente a la curva de ecuación

$$\ln\left(\frac{3}{4} + x^2 + y\right) = \operatorname{sen}(xy)$$

en el punto P donde la curva intersecta al eje OX , con abscisa positiva ($x > 0$)

P6 [Propuesto] Determine todo tipo de asíntotas de la función $f(x) = \ln(\sqrt{3e^{x/2}} - 2)$

P7 [Propuesto] Calcule la derivada de:

$$a) \arcsin(x^{\sin(x)}) \quad b) x \exp((2x-1)^7) \quad c) \frac{2^x}{\pi + \ln(x+1)}$$

P8 [Propuesto] Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} mx + n & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ 1 + \sin(x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Determine los valores de $m, n \in \mathbb{R}$ tales que f es diferenciable, y determine f'

P9 [Propuesto] Usando la derivada de la inversa, calcule la derivada de $f(x) = \operatorname{arcsinh}(x)$

Def. Diremos que la recta $y = y_0$ es **asíntota horizontal** de f si:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0 \vee \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$$

Def. Diremos que la recta $x = x_0$ es **asíntota vertical** de f si:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \pm\infty \vee \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \pm\infty$$

Def. Diremos que la recta $y = mx + n$ es **asíntota oblicua** de f si:

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} \quad \wedge \quad n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) - mx$$

Def (Interior). Sea $A \subseteq \mathbb{R}$, diremos que: $a \in \text{Int}(A)$, si $\exists \delta > 0$ tal que $(a - \delta, a + \delta) \subseteq A$

Def (Derivada). Sea $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, diremos que f es derivable en $a \in \text{Int}(A)$, si el límite $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ existe. Este límite se llama derivada de f en a y se denota $f'(a)$ o $\frac{df}{dx}(a)$

Def. Diremos que $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es diferenciable si f es derivable en cada $a \in A$

Def. La función $x \mapsto f'(x)$ se llama derivada de f y se denota f' o $\frac{df}{dx}$

Prop (Álgebra de derivadas). Si f, g son derivables y $\alpha \in \mathbb{R}$, entonces:

$$\begin{aligned} \blacksquare (\alpha f \pm g)' &= \alpha f' \pm g' & \blacksquare (fg)' &= f'g + fg' & \blacksquare (f/g)' &= \frac{f'g - fg'}{g^2} \end{aligned}$$

Teo (RdC). Si f es derivable en a y g es derivable en $f(a)$, entonces: $(g \circ f)'(a) = g'(f(a)) \cdot f'(a)$

Teo (Derivada inversa). Si f es derivable en a y $f'(a) \neq 0$, entonces f^{-1} es derivable en $b = f(a)$ y:

$$(f^{-1})'(b) = \frac{1}{f'(a)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(b))}$$

Prop (Derivadas conocidas). Se tienen las siguientes derivadas:

$$\begin{aligned} \blacksquare \frac{d}{dx} x^\alpha &= \alpha x^{\alpha-1}, \forall \alpha \in \mathbb{R} & \blacksquare \frac{d}{dx} \sec(x) &= \sec(x) \tan(x) & \blacksquare \frac{d}{dx} \text{sech}(x) &= -\text{sech}(x) \tanh(x) \\ \blacksquare \frac{d}{dx} e^x &= e^x & \blacksquare \frac{d}{dx} \csc(x) &= -\csc(x) \cot(x) & \blacksquare \frac{d}{dx} \text{csch}(x) &= -\text{csch}(x) \coth(x) \\ \blacksquare \frac{d}{dx} \ln(x) &= \frac{1}{x} & \blacksquare \frac{d}{dx} \cot(x) &= -\csc^2(x) & \blacksquare \frac{d}{dx} \coth(x) &= -\text{csch}^2(x) \\ \blacksquare \frac{d}{dx} \cos(x) &= -\sin(x) & \blacksquare \frac{d}{dx} \cosh(x) &= \sinh(x) & \blacksquare \frac{d}{dx} \arccos(x) &= \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \\ \blacksquare \frac{d}{dx} \sin(x) &= \cos(x) & \blacksquare \frac{d}{dx} \sinh(x) &= \cosh(x) & \blacksquare \frac{d}{dx} \arcsen(x) &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \\ \blacksquare \frac{d}{dx} \tan(x) &= \sec^2(x) & \blacksquare \frac{d}{dx} \tanh(x) &= \text{sech}^2(x) & \blacksquare \frac{d}{dx} \arctan(x) &= \frac{1}{1+x^2} \end{aligned}$$