

◦ **Considere la función:** $f : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{\tan(x)} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Determine a para que f sea continua en su dominio.

◦ **Promedio Geométrico**

Sea $f : [a, b] \rightarrow (0, \infty)$ una función continua y $x_1, x_2 \in [a, b]$. Pruebe que existe $\xi \in [x_1, x_2]$ tal que $f(\xi) = \sqrt{f(x_1) \cdot f(x_2)}$

◦ **Explorando funciones Lipschitzianas**

Una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se dice Lipschitziana con $L \geq 0$ si

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad |f(x) - f(y)| \leq L|x - y|$$

Muestre que toda función Lipschitziana es continua. ¿Puedes dar un ejemplo de una función de tipo Lipschitz?