

MA1102 Álgebra lineal

Auxiliar: Juan Pablo Sepúlveda



Auxiliar 4: Repaso C1

25 de septiembre de 2023

P1. Diagonales. Sea $D = \text{diag}(d_1, \dots, d_n) \in M_{n,n}(\mathbb{R})$ una matriz diagonal, donde los valores d_1, \dots, d_n en la diagonal de D son todos distintos.

- Sea $M \in M_{n,n}(\mathbb{R})$ tal que $MD = DM$. Probar que M es diagonal.
- Sean A, B, S en $M_{n,n}(\mathbb{R})$ y asuma que S es invertible. Probar que si $S^{-1}AS$ y $S^{-1}BS$ son matrices diagonales entonces $AB = BA$.
- Sean A, B, S en $M_{n,n}(\mathbb{R})$. Asuma que S es invertible y que $S^{-1}AS = D$. Pruebe que si $AB = BA$ entonces $S^{-1}BS$ es diagonal.

P2. Opciones hay. Considere el conjunto de vectores $A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix} \right\}$, donde k es un número real.

Encuentre los valores de k tal que A es una base de \mathbb{R}^3 .

P3. Subespacio del subespacio. Sea V el espacio vectorial de las matrices de 3×3 con coeficientes reales definido por

$$V = \left\{ A \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R}) \mid A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{pmatrix} \right\}$$

Se define

$$W = \{A \in V \mid \text{la suma de cada fila de } A \text{ es cero}\}.$$

- Pruebe que W es un subespacio vectorial de V .
- Encuentre una base y y de la dimensión de W .

P4. No olvidar los sistemas. Considere el sistema lineal en \mathbb{R}^4 :

$$\begin{aligned} x_1 - \alpha x_3 + x_4 &= 0 \\ x_2 + \alpha x_3 + x_4 &= \alpha \\ x_1 + x_2 + \alpha x_3 &= 1 \\ \alpha x_1 + x_2 &= 0 \end{aligned}$$

Encuentre los valores del parámetro real α para que el sistema no tenga solución, tenga infinitas soluciones o tenga solución única. En el caso que el sistema tenga soluciones múltiples, describa el espacio de soluciones. En el caso de solución única, encuéntrala.