

MA2001-3 Cálculo en Varias Variables**Profesor:** Javier Ramírez-Ganga**Auxiliares:** Naomí Cautivo B, Anaís Muñoz P.**MiniGuíaExtra:Control 1**

25 de Septiembre de 2023

P1. Sea $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 - y^2)\ln(x^2 + y^2) & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- (a) Calcule, donde existan, las derivadas parciales de f en \mathbb{R}^2 .
 (b) Verifique si f es diferenciable en \mathbb{R}^2 .
 (c) Concluya si f es de clase C^1 en \mathbb{R}^2 .

P2. Demuestre si los siguientes conjuntos son abiertos, cerrados o ninguno.

- (a) $A = \left\{ \left(\frac{1}{n}, \frac{1}{m} \right) \in \mathbb{R}^2 : m, n \in \mathbb{N} \right\}$
 (b) $B = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0 \wedge 1 < x^2 + y^2 < 4 \right\}$

P3. Demuestre que:

$$B(x_0, r) = rB(0, 1) + \{x_0\}.$$

$$\text{Donde: } C + B = \left\{ c + b \in \mathbb{R}^d : c \in C, b \in B \right\}$$

P4. Sea $\alpha > 0$ un parametro real. Se define la funcion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, como:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|x|^{2\alpha}}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- (a) Determine los valores de α para los cuales las derivadas parciales de f existen en $(0, 0)$, en tal caso, calculelas.
 (b) Determine los valores de α para los cuales f es diferenciable en $(0, 0)$.

P5. Considere la funcion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y & \text{si } x + y \leq 0 \\ \sqrt{x + y} + xy & \text{si } x + y > 0 \end{cases}$$

Determine los puntos de \mathbb{R}^2 donde f es continua.