MA1001-1 Introducción al Cálculo
Profesor: Diana Narváez
Auxiliar: Nicolás Cornejo

Auxiliar 16

P1 Determine todo tipo de asíntotas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 + 3x - 10}$ *b)* $g(x) = \dfrac{\sqrt{1 + x + x^2} - 1}{x}$ *c)* $h(x) = \dfrac{x^2}{(1 + e^x)(x - 3)}$

P2 Calcule por definición la derivada de:

a) $\sinh(x)$ *b)* $x \ln(x)$

P3 Calcule la derivada de:

a) $\tan^2(x) + \tan(x^2)$ *b)* $\dfrac{x}{\cosh(\sqrt{x})}$ *c)* $x^{\arctan(x)}$

P4 Usando la fórmula para la derivada de la función inversa, calcule la derivada de:

a) $\sqrt[3]{x}$ *b)* $\ln(x)$

P5 Encuentre la recta tangente a la curva de ecuación

$$\ln\left(\frac{3}{4} + x^2 + y\right) = \operatorname{sen}(xy)$$

en el punto P donde la curva intersecta al eje OX, con abscisa positiva ($x > 0$)

Problemas propuestos

P6 Determine todo tipo de asíntotas de la función $f(x) = \ln(\sqrt{3e^{x/2} - 2})$

P7 Calcule la derivada de:

a) $\arcsin(x^{\sin(x)})$ *b)* $x \exp((2x - 1)^7)$ *c)* $\dfrac{2^x}{\pi + \ln(x + 1)}$

P8 Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} mx + n & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \\ 1 + \sin(x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Determine los valores de $m, n \in \mathbb{R}$ tales que f es diferenciable, y determine f'

Def. Diremos que la recta $y = y_0$ es **asíntota horizontal** de f si:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = y_0 \vee \lim_{x\to+\infty} f(x) = y_0$$

Def. Diremos que la recta $x = x_0$ es **asíntota vertical** de f si:

$$\lim_{x\to x_0^-} f(x) = \pm\infty \vee \lim_{x\to x_0^+} f(x) = \pm\infty$$

Def. Diremos que la recta $y = mx + n$ es **asíntota oblicua** de f si:

$$m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} \quad \wedge \quad n = \lim_{x\to\pm\infty} f(x) - mx$$

Def (Interior)**.** Sea $A \subseteq \mathbb{R}$, diremos que: $a \in Int(A)$, si $\exists\delta > 0$ tal que $(a-\delta, a+\delta) \subseteq A$

Def (Derivada)**.** Sea $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, diremos que f es derivable en $a \in Int(A)$, si el límite $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$ existe. Este límite se llama derivada de f en a y se denota $f'(a)$ o $\dfrac{df}{dx}(a)$

Def. Diremos que $f : A \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es diferenciable si f es derivable en cada $a \in A$

Def. La función $x \mapsto f'(x)$ se llama derivada de f y se denota f' o $\dfrac{df}{dx}$

Prop (Álgebra de derivadas)**.** *Si f, g son derivables y $\alpha \in \mathbb{R}$, entonces:*

- $(\alpha f \pm g)' = \alpha f' \pm g'$
- $(fg)' = f'g + fg'$
- $(f/g)' = \dfrac{f'g - fg'}{g^2}$

Teo (RdC)**.** *Si f es derivable en a y g es derivable en $f(a)$, entonces:* $(g \circ f)'(a) = g'(f(a)) \cdot f'(a)$

Teo (Derivada inversa)**.** *Si f es derivable en a y $f'(a) \neq 0$, entonces f^{-1} es derivable en $b = f(a)$ y:*

$$(f^{-1})'(b) = \frac{1}{f'(a)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(b))}$$

Prop (Derivadas conocidas)**.** *Se tienen las siguientes derivadas:*

- $\dfrac{d}{dx}x^\alpha = \alpha x^{\alpha-1}, \forall\alpha \in \mathbb{R}$
- $\dfrac{d}{dx}e^x = e^x$
- $\dfrac{d}{dx}\ln(x) = \dfrac{1}{x}$
- $\dfrac{d}{dx}\cos(x) = -\sin(x)$
- $\dfrac{d}{dx}\sin(x) = \cos(x)$
- $\dfrac{d}{dx}\tan(x) = \sec^2(x)$
- $\dfrac{d}{dx}\sec(x) = \sec(x)\tan(x)$
- $\dfrac{d}{dx}\csc(x) = -\csc(x)\cot(x)$
- $\dfrac{d}{dx}\cot(x) = -\csc^2(x)$
- $\dfrac{d}{dx}\cosh(x) = \operatorname{senh}(x)$
- $\dfrac{d}{dx}\operatorname{senh}(x) = \cosh(x)$
- $\dfrac{d}{dx}\tanh(x) = \operatorname{sech}(x)^2$
- $\dfrac{d}{dx}\operatorname{sech}(x) = -\operatorname{sech}(x)\tanh(x)$
- $\dfrac{d}{dx}\operatorname{csch}(x) = -\operatorname{csch}(x)\coth(x)$
- $\dfrac{d}{dx}\coth(x) = -\operatorname{csch}^2(x)$
- $\dfrac{d}{dx}\arccos(x) = \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $\dfrac{d}{dx}\operatorname{arc\,sen}(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $\dfrac{d}{dx}\arctan(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$