**FI1000** - Introducción a la Física Clásica, Otoño 2024

**Profesores:** W. Max-Moerbeck, P. Lira, C. Romero, A. Gallenne, I. Bordeu, V. González, M. Pires, A. Meza, C. Falcón, J. Mella.

# PAUTA - Control 1

- Duración: 3 horas.
- Responda cada pregunta en hojas separadas.
- **Justifique los pasos con palabras**.

P1 Dos vehículos ($A$ y $B$) avanzan juntos por una calle recta, ambos con rapidez constante, $V$. En el momento en que ambos vehículos están a una distancia $L$ de un cruce, se prende la luz amarilla del semáforo. A pesar de ello, el vehículo $B$ mantiene su velocidad constante, en tanto el vehículo $A$ comienza a frenar con aceleración constante, hasta detenerse justo en el cruce.

Transcurrido un tiempo $t_1 > 0$ desde que la luz cambió a amarilla, el semáforo cambia a rojo y entonces el vehículo $B$ comienza a frenar con aceleración constante para detenerse justo en el cruce (el vehículo $A$ continúa con la aceleración que ya traía).

a) (3 puntos) Muestre que es imposible que ambos vehículos se detengan al mismo tiempo en el cruce.

b) (3 puntos) Grafique la posición, velocidad y aceleración de cada vehículo en función del tiempo.

**SOLUCIÓN P1.**

**(a)** Definimos el sistema de referencia en la posición de los vehículos en el instante ($t = t_i = 0$) en que el semáforo cambia a amarillo, con el sentido positivo del eje $x$ en la dirección de movimiento de los vehículos.

Debemos mostrar que los tiempos que tardan $A$ y $B$ en llegar al cruce no pueden ser iguales.

Para detenerse en el cruce, la aceleración de $A$ se obtiene de

$$V_{A,f}^2 = V_{A,i}^2 + 2a_A\Delta x_A \quad \Longrightarrow \quad a_A = \frac{V^2}{2L} \tag{1}$$

Luego, el tiempo que tarda $A$ en llegar al cruce es

$$t_A = \frac{V}{a} = \frac{2L}{V}. \tag{2}$$

De forma equivalente, la aceleración de $B$ para detenerse tras recorrer un distancia $L - Vt_1$ es

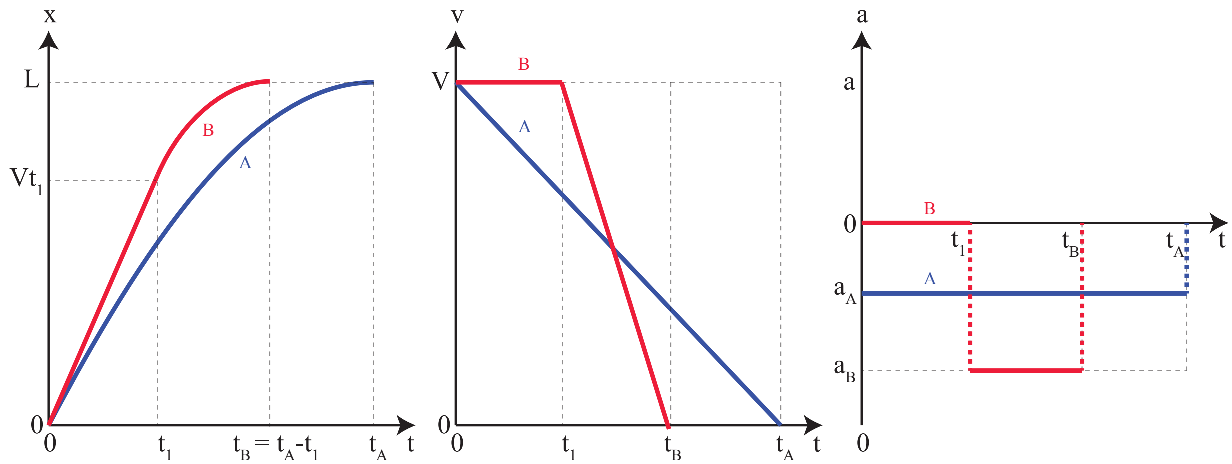
$$V_{B,f}^2 = V_{B,i}^2 + 2a_B\Delta x_B \quad \Longrightarrow \quad a_B = \frac{V^2}{2(L - Vt_1)} \tag{3}$$

Luego, el tiempo que tarda $A$ en llegar al cruce desde que comienza el movimiento es

$$t_B = t_1 + \frac{V}{a} = t_1 + \frac{2(L - Vt_1)}{V} = \frac{2L}{V} - t_1 = t_A - t_1. \tag{4}$$

Así, como $t_1 > 0$, $t_A - t_B > 0 \implies t_A > t_B$.

**(b)**




P2

P2 Desde una plataforma de altura $H$ se lanza horizontalmente una pelota con rapidez $V$. La pelota rebota contra el suelo después de haber recorrido una distancia horizontal $L_1$ (desconocida). Luego de rebotar contra el suelo, la componente horizontal ($x$) de la velocidad no cambia, mientras que la componente vertical ($y$) cambia de signo y se reduce a la mitad, es decir:

$$\begin{aligned} v_{\text{x,después}} &= v_{\text{x,antes}} \\ v_{\text{y,después}} &= -\tfrac{1}{2} v_{\text{y,antes}} \end{aligned}$$

Después del rebote, la pelota continua su movimiento de forma que al llegar al suelo por segunda vez, cae en un agujero a una distancia horizontal $L_2$ (desconocida) con respecto al lugar donde dio el bote (ver figura 1).

a) (1.0 puntos) Determine la distancia $L_1$ y el tiempo de vuelo $t_1$ que la pelota tarda en recorrer $L_1$.

b) (2 puntos) Determine la distancia $L_2$ y el tiempo de vuelo $t_2$ que la pelota tarda en recorrer $L_2$.

c) (2 puntos) Encuentre el valor de la rapidez inicial $V$, tal que la velocidad de la pelota forma un ángulo $\alpha$ al llegar al agujero.

d) (1.0 puntos) Utilizando la expresión para $V$ encontrada en (c), compare (i) los valores $L_1$ y $L_2$, (ii) los tiempos de vuelo $t_1$ y $t_2$, y (iii) la altura máxima alcanzada después del rebote con la altura inicial $H$. Comente sus resultados.

**SOLUCIÓN P2.**

**(a)** Fijando el sistema de referencia en la base de la torre de lanzamiento, la posición de la pelota desde su lanzamiento hasta el momento del rebote, está dada por

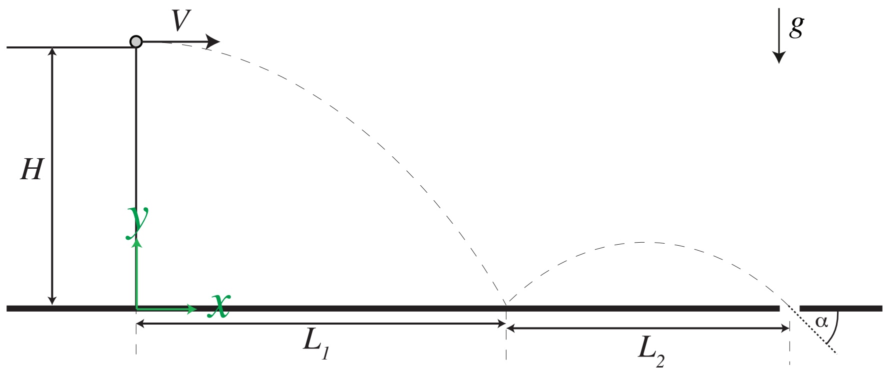



Figura 1

$$x_1 = Vt \tag{5}$$
$$y_1 = H - \frac{1}{2}gt^2 \tag{6}$$

De esto, el tiempo de hasta el rebote es $t_1 = \sqrt{2H/g}$, y la distancia $L_1 = V\sqrt{2H/g}$.

**(b)** Justo antes del rebote, la velocidad de la pelota es

$$\vec{V}_1 = V\hat{\mathbf{i}} - \sqrt{2gH}\hat{\mathbf{j}} \tag{7}$$

Utilizando la regla del rebote, la velocidad inmediatamente después de la colisión es

$$\vec{V}_1' = V\hat{\mathbf{i}} + \sqrt{gH/2}\hat{\mathbf{j}} \tag{8}$$

Así, la posición de la partícula para después del rebote está dada por

$$x_2 = L_1 + Vt \tag{9}$$
$$y_2 = \sqrt{gH/2}\Delta t - \frac{1}{2}g\Delta t^2 \tag{10}$$

Donde $\Delta t$ corresponde al intervalo de tiempo desde el momento del rebote. Luego, el tiempo de vuelo y la distancia recorrida tras la colisión son $t_2 = \Delta t = \sqrt{2H/g}$ y $L_2 = V\sqrt{2H/g}$.

**(c)** La velocidad con la que la pelota llega al agujero es

$$\vec{V}_1' = V\hat{\mathbf{i}} - \frac{\sqrt{2gH}}{2}\hat{\mathbf{j}} \tag{11}$$

de lo cual obtenemos $\tan\alpha = -\sqrt{2gH}/2V$. Así, la rapidez de salida $V$ de la pelota, para llegar con un ángulo $\alpha$ al agujero debe ser

$$V = -\frac{\sqrt{2gH}}{2\tan\alpha}. \tag{12}$$

Notamos que $\alpha < 0$, por lo que $\tan\alpha < 0$, de forma que $V > 0$.

**(d)** De los resultados anteriores: $L_1 = L_2$ y $t_1 = t_2$. Además, podemos calcular la altura máxima después del rebote: $H_2 = H/4$.

Debido a la regla de rebote, la rapidez vertical se reduce a la mitad después del rebote, lo que implica una reducción de la altura máxima alcanzada después del rebote a $1/4$ de la altura inicial $H$. Esto hace que el tiempo que tarda la pelota en llegar a la altura máxima ($t_{H_2}$) tras el rebote, sea igual a la mitad del tiempo de vuelo inicial, es decir $t_{H_2} = t_1/2$. Después del rebote, el movimiento es parabólico con aceleración constante, donde las alturas iniciales y finales son iguales ($y_2 = 0$), por lo que el tiempo de bajada (desde la altura máxima $H/4$ hasta el suelo) es igual al tiempo de subida $t_{H_2}$, resultando en un tiempo de vuelo tras el rebote igual al tiempo de vuelto antes del rebote ($t_2 = 2t_{H_2} = t_1$).

P3 Dos ruedas, una de radio $R$ y la otra de radio desconocido $r < R$, se conectan por medio de una correa que no resbala, de forma que giran en conjunto (como se muestra en la figura 2). Sobre el borde de cada rueda se pegan pequeñas pelotas, diseñadas para desprenderse después de que la rueda de radio mayor ha dado una vuelta completa.

Inicialmente, las ruedas ubican de forma que las pelotas están a la izquierda de cada rueda, como se muestra en la figura 2. Si la rueda de mayor tamaño se hace girar en sentido antihorario (contrahorario), con rapidez angular constante $\omega$:

a) (1.5 puntos) Determine el radio $r$ de la rueda pequeña, de forma que esta gire $5\pi/2$ radianes cuando la rueda de mayor tamaño ha dado una vuelta completa.

b) (1.5 puntos) Utilizando el radio $r$ encontrado en (a), determine la velocidad de cada pelota en el momento en que se sueltan de sus respectivas ruedas.

c) (3 puntos) Si los centros de las ruedas están ambos a una altura $2R$ del suelo y con sus centros separados por una distancia $2R$, ¿qué distancia separará a las pelotas una vez que ambas lleguen al suelo?

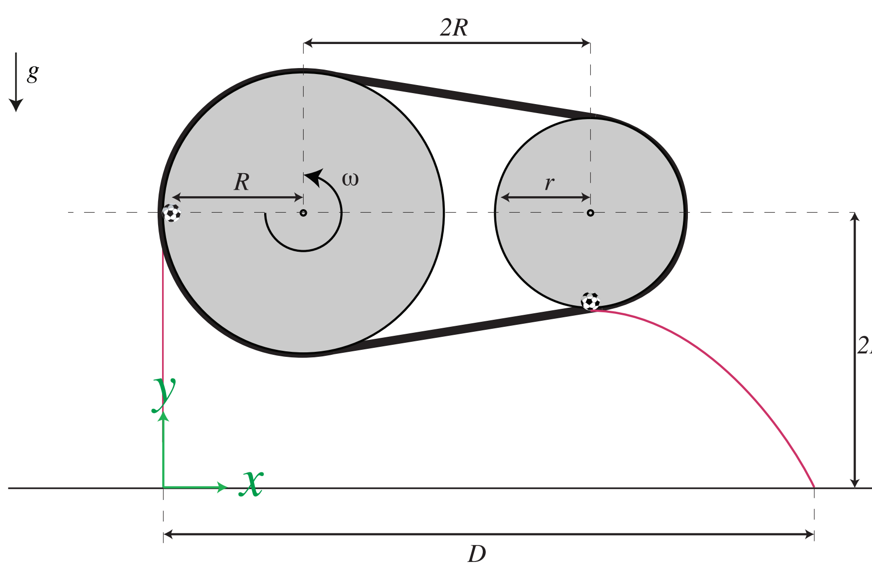



Figura 2

**SOLUCIÓN P3.**

**(a)** Al estar girar en conjunto, la rapidez tangencial es igual al exterior de ambos discos. Al girar con rapidez angular constante podemos encontrar el radio de la rueda pequeña

$$V_R = V_r \quad \implies \quad R\frac{\Delta\theta_R}{\Delta t} = r\frac{\Delta\theta_r}{\Delta t} \quad \implies \quad r = R\frac{\Delta\theta_R}{\Delta\theta_r} = \frac{4}{5}R \tag{13}$$

**(b)** Las velocidades de $A$ y $B$ estan dadas por la velocidad tangencial de los discos. Al dar una vuelta completa, la velocidad para $A$ es

$$V_A = -R\omega\hat{\mathbf{j}} \tag{14}$$

para $B$

$$V_B = R\omega\hat{\mathbf{i}} \tag{15}$$

**(c)** Fijando el sistema de referencia como se muestra en la figura, las posiciones de $A$ y $B$ en función del tiempo están dadas por

$$x_A = 0 \tag{16}$$
$$y_A = 2R - R\omega t - \frac{1}{2}g\Delta t^2 \tag{17}$$

$$x_B = 3R + R\omega t \tag{18}$$
$$y_B = \frac{6}{5}R - \frac{1}{2}g\Delta t^2. \tag{19}$$

Con lo que encontramos las posiciones horizontales de las pelotas cuando llegan al suelo ($y = 0$):

$$x_{A,f} = 0 \tag{20}$$
$$x_{B,f} = 3R + R\omega\sqrt{\frac{12R}{5g}}. \tag{21}$$

Luego, la distancia final entre ambas pelotas es $D = |x_{B,f} - x_{A,f}| = 3R + R\omega\sqrt{\frac{12R}{5g}}$.