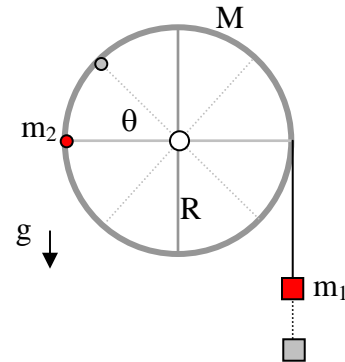


Examen

Prob. 1. Un aro de masa M y radio R puede girar sin roce alrededor de un eje horizontal que pasa por su centro, soportado por una estructura cuya masa es despreciable. Una partícula de masa m_1 cuelga desde una cuerda que se encuentra enrollada en el aro. Otra partícula, de masa m_2 , se encuentra pegada a él. El sistema se suelta desde el reposo en la posición indicada en la figura adjunta.

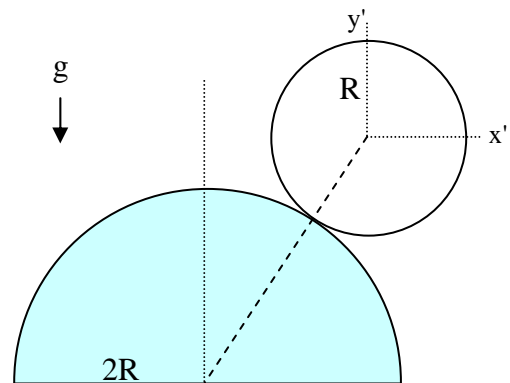


Considerando que $m_2 = m$; $M = 3m$; $m_1 = 2m$, determine:

- Aceleración angular del aro, en función del ángulo de giro (θ), una vez que se libera desde el reposo.
- Tensión de la cuerda de la cual cuelga m_1 , en función del ángulo θ .
- Velocidad angular del aro, en función del ángulo θ .
- Determine la magnitud de la fuerza que se ejerce sobre el eje del aro en el momento que éste ha dado un cuarto de vuelta ($\theta = \pi/2$)

Prob. 2 Un disco de radio R y masa m se encuentra en el punto más alto de un semi-cilindro de radio $2R$, con el cual tiene un coeficiente de roce estático μ_e . En un cierto instante una pequeña perturbación saca el disco de su posición de equilibrio, y comienza a rodar sin resbalar sobre el semi-cilindro.

- Demuestre que cuando el centro del disco se ha movido en un ángulo θ , el disco ha girado un ángulo $\phi = 3\theta$ respecto del sistema móvil (x',y') que se traslada asociado a su centro de masa.
- Escriba una ecuación de movimiento del centro de masa del disco, respecto de un sistema fijo, y la ecuación de movimiento del disco que representa su rotación respecto del sistema móvil que se traslada asociado a su centro de masa. (nota: identifique claramente las fuerzas que actúan y los ejes de los sistemas de referencia que utilice).



- Determine una ecuación para el ángulo θ^* en el cual se produce deslizamiento en la superficie de contacto entre el disco y el semi-cilindro.

Nota: el momento de inercia del disco respecto de un eje perpendicular a él, que pasa por su centro, es $I = 1/2 m R^2$. Considere como datos conocidos m , R , μ_e

Prob. 3 Considere una partícula de masa m colocada en el interior de un tambor cilíndrico de eje horizontal y radio R , que gira con velocidad angular constante ω_0 respecto de su eje. El coeficiente de roce estático entre la partícula y la superficie es μ_e

a) ¿Qué valor tiene el coeficiente de roce cinético μ_c entre la superficie del tambor y la partícula si se observa que ésta se mantiene en reposo formando un ángulo $\theta = \theta_0$ con la vertical?

Si el coeficiente de roce estático μ_e entre el tambor y la partícula es igual a 0.5 se desea establecer cuál es la velocidad angular mínima del tambor para que la partícula se mueva en forma solidaria con él, es decir que no se separe de la superficie de contacto ni deslice sobre ella, para ningún ángulo θ . Deduzca este valor mínimo luego de responder b) y c).

b) Determine la magnitud de la fuerza normal que el tambor ejerce sobre la partícula en función del ángulo θ , y a partir de ese resultado determine el valor mínimo de ω_0 (lo denominamos ω^*) que se requiere para que la partícula no se separe en ningún instante de la superficie del tambor.

c) Determine la magnitud de la fuerza de roce estático en función del ángulo θ , y el valor mínimo de ω_0 (lo denominamos ω^{**}) que se requiere para que la partícula no deslice sobre la superficie del tambor.

Conclusión: ¿Cuál es entonces la velocidad mínima para que la partícula se mueva en forma solidaria con el tambor? ¿ ω^* o ω^{**} ?

