

FI2001-5 Mecánica.

Profesor: Marcel Clerc.

Auxiliares: Manuel Díaz, Roberto Gajardo.



Auxiliar 6: 2da ley de Newton (parte 2).

17 de Abril del 2024

P1.- Péndulo esférico:

Considere un péndulo ideal formado por una masa puntual m y una cuerda ideal de longitud ℓ . A diferencia de un péndulo simple, el plano de oscilación de este péndulo no está necesariamente fijo, de tal forma que la partícula se puede desplazar sobre una superficie esférica de radio ℓ .

- Usando coordenadas esféricas, encuentre la ecuación de movimiento del péndulo asociada a los ángulos ϕ y θ .
- Asumiendo que el péndulo parte desde un ángulo θ_0 y con velocidades angulares $\dot{\phi} = \omega_0$ y $\dot{\theta} = 0$, encuentre la tensión F_T en función del ángulo cenital θ .
- Suponga que un motor inteligente permite añadir una fuerza externa $F_* = m\ell\dot{\phi}\dot{\theta}\cos(\theta)$ en la dirección $\hat{\phi}$. Asumiendo que el péndulo parte en reposo desde un ángulo θ_0 , encuentre la tensión F_T en función del ángulo cenital θ .

P2.- Partícula oscilando en alambre espiral:

Considere un alambre sin masa con forma de espiral de radio R y altura H , la cual sólo da una vuelta completa. En el alambre se inserta una partícula de masa m , la cual puede deslizarse sin roce a lo largo de este, y dicha partícula se conecta a dos resortes idénticos de constante elástica k y longitud natural l_0 , que a la vez están conectados a cada extremo del alambre. La aceleración de gravedad de la Tierra es paralela al eje de la espiral. Por simplicidad consideraremos un caso sin aceleración de gravedad.

- Muestre que la partícula realiza un movimiento armónico a lo largo del alambre y encuentre la frecuencia de oscilación asociada a este movimiento. Para simplificar use $l_0 = 0$.
- Calcule la fuerza de contacto entre el alambre y la partícula en función del ángulo descrito en la espiral.
- En el caso donde $l_0 = \pi\sqrt{R^2 + \left(\frac{H}{2\pi}\right)^2}$, calcule la magnitud de la fuerza de contacto que el alambre ejerce sobre la partícula si ahora el sistema está en un ambiente con aceleración de gravedad g paralela al eje de simetría del cilindro. Considere que la partícula parte desde $\phi(0) = \pi$ con una velocidad angular $\dot{\phi}(0) = \dot{\phi}_0$.