

**MA1001-5 Introducción al Calculo**  
**Profesora:** Natalia Ruiz  
**Auxiliares:** Allen Arroyo & Jesús Sayes



## Resumen Semana 2: Axiomas de Orden e Inecuaciones

**Axioma 1 (de tricotomía).**  $\forall x \in \mathbb{R}$  una y solo de las siguientes proposiciones es verdadera

1.  $x \in \mathbb{R}_+^*$
2.  $(-x) \in \mathbb{R}_+^*$
3.  $x = 0$

**Axioma 2 (de Clausura).**  $\forall x, y \in \mathbb{R}_+^*$

1.  $(x + y) \in \mathbb{R}_+^*$
2.  $x \cdot y \in \mathbb{R}_+^*$

**Proposicion 1.** Si  $x < y, a \in \mathbb{R} \implies x + a < y + a$

**Proposicion 2.** Se cumple:

1.  $x < y, a > 0 \implies ax < ay$
2.  $x < y, a < 0 \implies ax > ay$

**Proposicion 3.**  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$

**Proposicion 4.** Si  $x < y, u < v \implies x + u < y + v$

**Proposicion 5.** Si  $0 < x < y, 0 < u < v$  entonces es valido  $xu < yv$

**Proposicion 6.** Si  $0 < x < y \implies x^{-1} > y^{-1} > 0$

**Observacion 1.** Definiendo  $\Delta := b^2 - 4ac$ , entonces la ecuación cuadrática  $ax^2 + bx + c$  se puede factorizar como:

$$ax^2 + bx + c = a \left( x + \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right) \left( x + \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right)$$

Recordar que:

$$\begin{cases} x_1, x_2 \in \mathbb{C} & \text{si } \Delta < 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{R} & \text{si } \Delta \geq 0 \end{cases}$$

**Definicion 1.**  $\forall x \in \mathbb{R}$ , el valor absoluto o modulo de  $x$  será

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

**Proposicion 7.** Para el modulo se cumple :

1.  $|x| = 0$  ssi  $x = 0$
2.  $|x| = |-x|$ , mientras que  $|-x| = x$  es falso.
3.  $|x^2| = |x|^2 = x^2$

$$4. |x| \leq a \text{ ssi } -a \leq x \leq a \text{ ssi } x \in [-a, a]$$

$$5. |x| \geq a \text{ ssi } x \leq -a \vee x \geq a \text{ ssi } x \in (-\infty, -a] \cup [a, \infty)$$

$$6. |xy| = |x||y|$$

$$7. -|x| \leq x \leq |x|$$

6. **Desigualdad Triangular:**

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, |x + y| \leq |x| + |y|$$

De 6. se deduce:

$$||x| - |y|| \leq |x - y|$$

$$|x| - |y| \leq |x - y|$$

---

**Algoritmo 1** Resolución de inecuaciones con valor absoluto y cociente.

---

1. Tratar de simplificar la expresión
  2. Conocer los valores de  $x$  que:
    - 2.1 hacen al valor absoluto 0 (cuando cambia de signo)
    - 2.2 indefinen la fracción (cuando es 0)
    - 2.3 hacen el numerador 0
  3. Dividir  $\mathbb{R}$  en intervalos según los valores de  $x$  de 2.1
    - 3.1 Eliminar el valor absoluto dependiendo de qué intervalo estamos de 3. Nos quedarán diferentes inecuaciones.
    - 3.2 Aplicar método de puntos críticos (tabla, etc) para cada caso de 3.1 utilizando los valores de 2.2 y 2.3. Tomar especial cuidado con 2.3
      - 3.2.1 Dados los puntos críticos de 2.2 y 2.3 intersectar los intervalos del metodo de puntos críticos con el intervalo de 3. a trabajar respectivamente
  4. Unir todas las soluciones finales de 3.2
- 

**Observacion 2.** En inecuaciones con valor absoluto el método de puntos críticos es valido agregando detalles. Ver pagina 36-37 apunte.