

## PROGRAMA DE CURSO INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO

### A. Antecedentes generales del curso:

Departamento	Ingeniería Matemática					
Nombre del curso	Introducción al Cálculo					
Nombre del curso en inglés	<i>Introduction to Calculus</i>					
Código del curso	MA1001		Créditos	6		
Horas semanales	Docencia	3,0	Auxiliares	2,0	Trabajo personal	5,0
Carácter del curso	Obligatorio	x		Electivo	0	
Requisitos	Sin requisitos					

### B. Propósito del curso:

El curso MA1001, Introducción al Cálculo, entrega las herramientas y conceptos básicos que el estudiante requiere para seguir la línea de cursos de cálculo en Plan común. El curso provee además una primera aproximación a la rigurosidad necesaria en los cursos matemáticos del Plan Común.

El curso comienza con algunos complementos a la formación básica de los estudiantes en matemáticas, incluyendo contenidos de propiedades de los números reales, geometría analítica y trigonometría. La mayor parte del curso se enfoca en establecer los conceptos básicos que subyacen al cálculo diferencial e integral, incluyendo funciones de una variable real, el estudio de límites de sucesiones, límites de funciones y cálculo de asíntotas. Finalmente se introducen el concepto y la operatoria de derivadas, que son estudiadas en mayor detalle en el siguiente curso de la Línea de Cálculo.

La metodología de trabajo incluye clases de cátedra expositivas y clases auxiliares enfocadas en el desarrollo y la resolución de problemas por parte de los estudiantes con apoyo del equipo docente.

Se espera que el estudiante actúe en las actividades que se le proponen de manera responsable y honesta, evitando por ejemplo el plagio, copia de sus pares u otras fuentes, así como cualquier comportamiento que vaya en contra de sus pares, equipo docente o

Código de ética y reglamentos de la Escuela de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.

El curso tributa a las siguientes competencias específicas (CE) y genéricas (CG) de Plan Plan Común:

CE3: Interpretar y utilizar el lenguaje formal matemático, logrando identificar hipótesis, conclusiones, tautologías e inconsistencias, para comprender y desarrollar argumentaciones lógicas.

CE4: Desarrollar la abstracción matemática, es decir, reconocer, separar, jerarquizar y analizar información relevante para utilizarla en la resolución matemática de problemas y plantear problemas de diferentes áreas en situaciones simples.

CG1: Comunicación Académica y Profesional

Leer de forma comprensiva y analítica diferentes tipos de textos pertinentes para su formación en el nivel. Asimismo, expresar de manera eficaz, clara, precisa e informada sus ideas basadas en evidencia, opiniones e indagaciones, en situaciones formales, tanto en modalidad oral como escrita.

En el curso esta competencia genérica será evaluada de modo general cuyo detalle se describe en el apartado de "Estrategia de Evaluación" y no en base a resultados de aprendizaje.

### C. Resultados de aprendizaje:

Competencias específicas	Resultados de aprendizaje
CE4	RA1: Enuncia y resuelve problemas geométricos, utilizando herramientas de la geometría analítica y la trigonometría.
CE3–CE4	RA2: Comprende los axiomas y las propiedades básicas de los números reales, demostrando, a partir de los axiomas estas propiedades, a fin de utilizarlos en la resolución de ecuaciones e inecuaciones.
CE3–CE4	RA3: Resuelve problemas y realiza demostraciones, utilizando las propiedades fundamentales de las funciones de una variable real y al concepto de límite.
CE3–CE4	RA4: Aplica correctamente el concepto de límite de sucesiones y funciones, logrando calcularlos, en la descripción cualitativa de funciones de una variable.
CE4	RA5: Calcula derivadas, haciendo uso de las reglas básicas de derivación, aplicándolas en la obtención de aproximaciones de primer orden y de desarrollos limitados.



#### D. Unidades temáticas:

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	RA2	Números reales	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
1.1. Propiedades de la igualdad de números reales. 1.2. Orden y valor absoluto. 1.3. Inecuaciones lineales. Inecuaciones de grado superior factorizadas. Factorización de expresiones cuadráticas.		El estudiante: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Reconoce las propiedades básicas de los números reales.</li> <li>2. Aplica en situaciones relevantes, las propiedades básicas de los números reales.</li> <li>3. Demuestra propiedades básicas de los números reales a partir de los axiomas.</li> <li>4. Aplica técnicas de resolución de ecuaciones e inecuaciones lineales.</li> <li>5. Aplica técnicas de resolución de ecuaciones e inecuaciones cuadráticas.</li> <li>6. Reconoce inecuaciones de grado superior factorizadas.</li> <li>7. Aplica técnicas relevantes para la resolución de inecuaciones de grado superior factorizadas.</li> </ol>	
Bibliografía de la unidad		[1] Cap. 1 [2] Cap. 1 [3] Semanas 1 y 2	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
2	RA1	Geometría analítica	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
<p>2.1. Plano, coordenadas, abscisas y ordenadas, y distancia. Circunferencias. Centro y radio. Ecuación de una circunferencia.</p> <p>2.2. Rectas. Pendiente y corte con la ordenada. Recta entre dos puntos. Recta conocida su pendiente y un punto de ella. Rectas paralelas y perpendiculares.</p> <p>2.3. Parábolas. Eje de simetría, foco y directriz. Ecuación normal.</p> <p>2.4. Elipses. Ejes de simetría, focos y directrices. Excentricidad y ecuación normal.</p> <p>2.5. Hipérbolas. Ejes de simetría, focos y directrices, asíntotas. Excentricidad y ecuación normal.</p>		<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Calcula la pendiente de una recta dados dos puntos.</li> <li>2. Deduce la ecuación de una recta perpendicular a una recta dada que pasa por un punto dado.</li> <li>3. Determina la ecuación de una recta, circunferencia, parábola, elipse o hipérbola, conocidos sus elementos característicos.</li> <li>4. Dibuja un bosquejo de una recta, circunferencia, parábola, elipse o hipérbola, conocidos sus elementos característicos.</li> <li>5. Identifica los elementos característicos de una recta, circunferencia, parábola, elipse o hipérbola, conocida una ecuación de ella.</li> </ol>	
Bibliografía de la unidad		<p>[1] Cap. 2, 3 y 8</p> <p>[3] Semanas 3 y 4</p>	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
3	RA2, RA3	Funciones de una variable real	1 semana
Contenidos		Indicador de logro	
3.1. Definición de funciones de variable real. Dominio, paridad, crecimiento, periodicidad, ceros, signos. 3.2. Ejemplos de funciones elementales. 3.3. Álgebra de funciones. 3.4. Crecimiento de funciones, monotonía, acotamiento de funciones. 3.5. Convexidad. 3.6. Composición de funciones, inyectividad, epiyectividad, restricciones de dominios y recorridos.		El estudiante: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Reconoce propiedades elementales de las funciones (dominio, paridad, crecimiento, periodicidad, ceros, signos).</li> <li>2. Utiliza las propiedades elementales, los conocimientos sobre acotamiento, convexidad, dominios e imagen, para graficar funciones.</li> <li>3. Determina si una función es o no invertible.</li> <li>4. Modifica el dominio y codominio de una función para que sea invertible, y calcula su inversa.</li> </ol>	
Bibliografía de la unidad		[1] Cap. 2 [2] Cap. 3 y 4 [3] Semana 5	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
4	RA1, RA3	Trigonometría	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
<p>4.1. Medida de ángulos en radianes. Circunferencia unitaria.</p> <p>4.2. Funciones seno, coseno, tangente (ceros, signos, periodos, simetrías).</p> <p>4.3. Identidades trigonométricas fundamentales. Identidades de suma y diferencia. Identidades del ángulo doble y ángulo medio. Funciones trigonométricas inversas. Ecuaciones Trigonométricas.</p> <p>4.4. Aplicaciones. Triángulos y Teoremas del seno y del coseno.</p>		<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Reconoce los ceros, signos y períodos de las funciones trigonométricas.</li> <li>2. Utiliza las identidades trigonométricas fundamentales para simplificar expresiones algebraicas que involucran funciones trigonométricas.</li> <li>3. Reconoce los dominios de las funciones trigonométricas inversas.</li> <li>4. Formula y resuelve problemas en triángulos arbitrarios (y, en particular, triángulos rectángulos), utilizando los principios de la trigonometría.</li> </ol>	
Bibliografía de la unidad		<p>[1] Cap. 9</p> <p>[2] Cap. 4, apéndice.</p> <p>[3] Semanas 6 y 7</p>	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
5	RA2, RA3	Axioma del supremo	1 semana
Contenidos		Indicador de logro	
<p>5.1. Cotas de conjuntos, Máximos, Mínimos, Supremos e Ínfimos.</p> <p>5.2. Enunciado del axioma del supremo. Consecuencias: existencia de los números irracionales en los reales. Propiedad Arquimediana. Caracterización del supremo.</p>		<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Determina cotas inferiores, cotas superiores, ínfimos, supremos, mínimos y máximos de conjuntos.</li> <li>2. Comprende el Axioma del Supremo.</li> <li>3. Distingue la diferencia entre los números reales y los números racionales, como consecuencia del axioma del supremo.</li> <li>4. Comprende la existencia de los números irracionales, en particular la demostración de que <math>\sqrt{2}</math> es un número irracional.</li> </ol>	

Bibliografía de la unidad	[2] Cap. 8 [3] Semana 8
---------------------------	----------------------------

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
6	RA4, RA2	Límite de sucesiones	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
6.1. Definición de sucesión. Definición de límite de una sucesión. 6.2. Manipulación de la definición. Unicidad del Límite. Ejemplos: $1/n$ , $(-1)^n$ . 6.3. Álgebra de sucesiones. Estudio especial del recíproco de una sucesión convergente a un límite no nulo. 6.4. Teorema del Sándwich. 6.5. Monotonía y acotamiento. Notación asintótica.		El estudiante: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comprende el concepto de convergencia y lo utiliza para verificar límites de sucesiones basados en la definición.</li> <li>2. Aplica teoremas de álgebra de sucesiones en el cálculo de límites. En particular comprende el álgebra de límites de sucesiones nulas y lo aplica para el cálculo de nuevos límites.</li> <li>3. Comprende los criterios de convergencia y los aplica al estudio de sucesiones.</li> <li>4. Emplea límites ya conocidos para el cálculo de nuevos límites.</li> </ol>	
Bibliografía de la unidad		[1] Cap. 4 [2] Cap. 21 [3] Semanas 9 y 10	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
7	RA2, RA3, RA4	Función exponencial	1 semana
Contenidos		Indicador de logro	
7.1. Estudio del límite $(1+x/n)^n$ . 7.2. Definición de la función $\exp(x)$ . Desigualdades y cotas importantes para la función. 7.3. Propiedades de la función exponencial. Relación de la exponencial con las potencias. 7.4. Estudio del Logaritmo natural.		El estudiante: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comprende las definiciones rigurosas de las funciones exponencial y logaritmo.</li> <li>2. Utiliza la definición rigurosa de la función exponencial y manipula límites similares a <math>(1+x/n)^n</math> para extraer sus propiedades.</li> <li>3. Reconoce las propiedades de las funciones exponencial y logaritmo.</li> <li>4. Calcula cotas de funciones exponenciales y logarítmicas.</li> </ol>	



Bibliografía de la unidad	[2] Cap. 9 [1] Cap. 17 [3] Semana 11
---------------------------	--

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
8	RA2, RA3, RA4	Límite de funciones	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
<p>8.1. Ejemplos de límites de sucesiones del tipo <math>f(x_n)</math> cuando <math>(x_n)</math> es una sucesión genérica convergente. Ejemplos de convergencia para funciones específicas continuas y sucesiones convergentes.</p> <p>8.2. Definición de punto adherente de un conjunto. Definición de límite de una función en un punto adherente de su dominio.</p> <p>8.3. Límites de funciones usuales. Límites laterales. Asíntotas verticales.</p> <p>8.4. Definición de límite de una función en infinito. Límites de funciones. Asíntotas no verticales de funciones.</p> <p>8.5. Álgebra de límites y límites notables.</p>		<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comprende el concepto de límite de funciones.</li> <li>2. Calcula límites de una función en infinito.</li> <li>3. Aplica el límite de una función en infinito al cálculo de asíntotas no verticales de una función.</li> <li>4. Comprende el concepto de punto adherente de un conjunto.</li> <li>5. Calcula límites de una función en un punto adherente a su dominio.</li> <li>6. Aplica el límites de una función en un punto adherente a su dominio al cálculo de asíntotas verticales.</li> <li>7. Reconoce límites de funciones usuales y los utiliza para calcular límites de funciones más complejas.</li> </ol>	
Bibliografía de la unidad		[1] Cap. 4 [2] Cap.5 [3] Semanas 12 y 13	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
9	RA1, RA2, RA3, RA5	Cálculo de derivadas	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
9.1. Definición de punto interior de un conjunto. Derivada de una función en un punto interior de su dominio. 9.2. Recta tangente y velocidad. 9.3. Aproximación de primer orden. 9.4. Reglas de derivación. Derivada de una suma, producto y cociente. 9.5. Derivada de una composición: regla de la cadena. Derivada de la función inversa. 9.6. La función derivada y derivada de funciones usuales. 9.7. Regla de l'Hôpital. 9.8. Derivadas de orden superior. 9.9. Desarrollos limitados.		El estudiante: <ol style="list-style-type: none"> <li>Calcula la derivada de una función en un punto interior de su dominio.</li> <li>Aplica la derivada de una función al cálculo de rectas tangentes y aproximaciones de primer orden.</li> <li>Utiliza las reglas de derivación para el cálculo de derivadas.</li> <li>Calcula límites de funciones de una variable usando las reglas de l'Hôpital.</li> <li>Calcula derivadas de orden superior.</li> <li>Determina fórmulas de recurrencia de derivadas de orden superior, para aquellas funciones que las presentan, tales como funciones trigonométricas, polinomiales y otras.</li> <li>Aplica fórmulas de recurrencia de derivadas de orden superior en el cálculo de desarrollos limitados de funciones.</li> </ol>	
Bibliografía de la unidad		[1] Cap. 5 y 6 [2] Cap. 9 [3] Semanas 14 y 15 [4] Semana 3 y 4	

### **E. Estrategias de enseñanza:**

La estrategia de enseñanza utilizada es principalmente expositiva con participación activa de los estudiantes; la participación va desde responder preguntas teóricas realizadas por el docente hasta preguntas prácticas durante la resolución de ejercicios. Además, se utiliza como actividad en clases la resolución de problemas, que dependiendo del semestre y el profesor se realizan en la clase de cátedra, en las auxiliares o en el trabajo que se le plantea a los estudiantes.

Para el logro del aprendizaje el estudiante contará con apuntes del departamento, los que incluyen teoría, ejercicios y problemas. A esto se le suman distintos materiales de apoyo entregado por la escuela y el departamento, como material bibliográfico, material audiovisual, tutorías y apoyo en el estudio, entre otros.

El curso contempla cinco horas de trabajo autónomo semanal.

### **F. Estrategias de evaluación:**

El curso contempla distintas instancias de evaluación de proceso.

- Evaluaciones parciales (controles, tareas, trabajo en clases, entre otros). Con un máximo de 6 controles por semestre.
- Examen final.

La ponderación de cada evaluación respetará siempre los reglamentos de la Escuela. En cada uno de estos controles y examen final se evaluará la capacidad del estudiante para escribir proposiciones abstractas de manera clara y precisa. Esta evaluación se realiza de manera integral en la revisión de las evaluaciones y puede afectar un porcentaje de la calificación de cada una de ellas (como ejemplo, entre 1 y 5%).

### **G. Recursos bibliográficos:**

#### **Bibliografía obligatoria:**

- [1] Protter M.H., Morrey C.B. (1980). Cálculo con geometría analítica, Fondo Educativo Interamericano, México, 1980. Tercera edición.
- [2] Spivak, M. (1993) Calculus, Reverte.
- [3] Cominetti R., Matamala M. (2003) Cálculo - 1er Semestre, Apuntes 1er año FCFM, U. de Chile.
- [4] Cominetti R., Matamala M., San Martín J. (2003) Cálculo - 2do Semestre, Apuntes 1er año FCFM, U. de Chile.

**H. Datos generales sobre elaboración y vigencia del programa de curso:**

Vigencia desde:	2019
Elaborado por:	Martín Matamala y Leonardo Sánchez, actualizado por Natacha Astromujoff y Daniel Remenik.
Validado por:	Daniel Remenik
Revisado por:	Área de Gestión Curricular, SGD