

**MA1001 Introducción al cálculo.**

**Profesor:** Cristián Reyes.

**Auxiliares:** Sebastián Gangas & Ignacio Díaz.

**Fecha:** 16 de Abril de 2024



Ingeniería Matemática  
FACULTAD DE CIENCIAS  
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE

## Auxiliar 6: Trigonometría

**P1.-** Pruebe las siguientes identidades:

(a) 
$$\frac{\tan(x) - \sin(x)}{\sin^3(x)} = \frac{\sec(x)}{1 + \cos(x)}$$

(b) 
$$\tan(4x) = \frac{4 \tan(x) - 4 \tan^3(x)}{1 - 6 \tan^2(x) + \tan^4(x)}$$

(c) 
$$8 \sin^4(x) = 3 + \cos(4x) - 4 \cos(2x)$$

**P2.-** (a) Considere la función  $f(x) = \sqrt{\tan^2(x) + \cot^2(x) + 2}$ , determine:

(i) Dominio, periodicidad, y ceros de la función.

(ii) Paridad, intervalos de crecimiento, Imagen. Bosqueje el gráfico.

(b) **![Propuesto]** Estudie ahora  $f(x) = \sin(1/x)$ . Determine su dominio e imagen, ¿es periódica?, ¿cuáles son sus intervalos de crecimiento?

**P3.-** (a) Un satélite meteorológico con órbita sobre el ecuador terrestre, a una altura de  $H$ , localiza una tempestad eléctrica hacia el norte, en  $P$ , a un ángulo de  $\theta$  con respecto a su vertical (Figura 1). Demuestre que los ángulos  $\theta$  y  $\phi$  se relacionan por medio de:

$$\tan \theta = \frac{R \sin \phi}{H + R(1 - \cos \phi)}$$

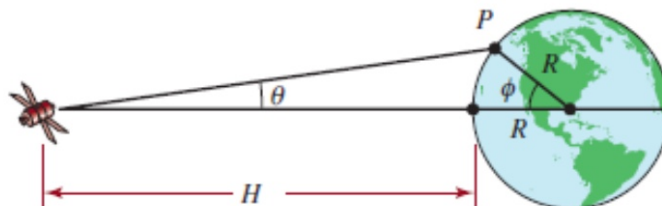


Figure 1

## Resumen

▪ [Identidad Fundamental]

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

▪ [Funciones recíprocas]

$$\begin{aligned} \csc x &= \frac{1}{\sin x} \\ \sec x &= \frac{1}{\cos x} \\ \cot x &= \frac{1}{\tan x} = \frac{\cos x}{\sin x} \end{aligned}$$

▪ [Suma de ángulos]

$$\begin{aligned} \sin(x \pm y) &= \sin(x) \cos(y) \pm \sin(y) \cos(x) \\ \cos(x \pm y) &= \cos(x) \cos(y) \mp \sin(x) \sin(y) \\ \tan(x \pm y) &= \frac{\tan(x) \pm \tan(y)}{1 \mp \tan(x) \tan(y)} \end{aligned}$$

▪ [Ángulos dobles]

$$\begin{aligned} \sin(2x) &= 2 \sin(x) \cos(x) \\ \cos(2x) &= \cos^2(x) - \sin^2(x) \\ \tan(2x) &= \frac{2 \tan(x)}{1 - \tan^2(x)} \end{aligned}$$

$x$	$\text{sen } x$	$\text{cos } x$	$\text{tan } x$	$\text{cot } x$	$\text{sec } x$	$\text{csc } x$
0	0	1	0	-	1	-
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{2}$	1	0	-	1	-	1
$\pi$	0	-1	0	-	-1	-
$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	-	0	-	-1