PDQ $(-1)x = -x \quad \forall x \in \mathbb{R}$ $\square$

revisar el ~~howto~~.

sabemos que el único $a \in \mathbb{R}$ tq $x + a = 0$ es $a = -x$

por lo que si demostramos que $x + (-1)x = 0$ concluimos por unicidad que $(-1)x = -x$.

PDQ $x + (-1)x = 0$

$$
\begin{aligned}
& x + (-1)x \\
&= x \cdot 1 + (-1)x && \text{neutro multip.} \\
&= 1 \cdot x + (-1)x && \text{conmut.} \\
&= (1 + (-1))x && \text{distrib.} \\
&= (0)x && \text{inverso ad.} \\
&= 0. && \triangle
\end{aligned}
$$

$\triangle$ PDQ $\forall x \in \mathbb{R} \quad 0 \cdot x = 0$

como 0 es el único real tq $x + 0 = x$, si demostramos que $x + 0 \cdot x = x$, concluimos por unicidad

△ PDQ $\forall x \in \mathbb{R}$ $0 \cdot x = 0$

como 0 es el único real tq $x + 0 = x$, si demostramos que $x + 0 \cdot x = x$, concluimos por unicidad

PDQ $x + 0 \cdot x$

$= x \cdot 1 + 0 \cdot x$ Neutro mult.

$= x \cdot 1 + x \cdot 0$ conmutativ.

$= x(1 + 0)$ Distrib.

$= x \cdot 1$ Neutro Ad.

$= x$ Neutro multip

Demostrando △

HowTo: La Buena forma ....

$a + a = 2 \cdot a$

$2 := (1 + 1)$

PDQ $a + a = 2 \cdot a$

en efecto

$a + a$

$= a \cdot 1 + a \cdot 1$ elem neutro prod

$= a(1 + 1)$ distrib

$= a \cdot 2$ $2 : 1 + 1$

$= 2a$ conmut.

PDQ $(-x)^{-1} = -(x^{-1})$

sabemos que el único $y \in \mathbb{R}^*$ tq $(-x)y = 1$ es $y = (-x)^{-1}$

$\Rightarrow$ por teorema de unicid del IM

si demuestro que $(-x)(-(x^{-1})) = 1$ puedo concluir por unicidad

PDQ $(-x)(-(x^{-1})) = 1$

en efecto

$(-x)(-(x^{-1}))$

$= [(-1)x][(-1)(x^{-1})]$

$= \{[(-1)x](-1)\}(x^{-1})$ ASOCIAT.

$= \{[x(-1)](-1)\}(x^{-1})$ conmut

$\{(x)[(-1)(-1)]\}(x^{-1})$ ASOCIAMOS

$\{(x)(1)\}(x^{-1})$

$(x)(x^{-1})$ Axioma el neu prod

1 Axioma inver prod.

PDQ $(-1)(-1)=1$

en efecto pues

$(-1)(-1) = -(-1)$ ①

PDQ $-(-1) = 1$

Sabemos que el único $x \in \mathbb{R}$ tq $(-1)+x=0$ es $x=-(-1)$

$\Rightarrow$ (teorema unicidad inverso adit)

Si demuestro que $(-1)+1=0$ puedo concluir por unicidad

PDQ $(-1)+1=0$

$(-1)+1$

$1+(-1)$ conmut.

0 ∃ inverso aditivo

$x \neq 0.$

x^{-1} es el único real tq $x \cdot x^{-1} = 1$

$-x$ es el único real tq $x + (-x) = 0.$

si tengo que usar y^{-1} tengo que asegurar que $y \neq 0.$

pq de lo contrario

$y^{-1} = \frac{1}{0}$

USANDO teores de unicidad
y axiomas de cuerpo

$$0 \cdot y = 0$$

$$a \cdot y = a \quad y = 1$$

$$a \cdot 1 = a.$$

$$= 1$$

How To

MATERIAL DOCENTE
> MATERIAL EXTRA.