Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA1001-9 - Otoño 2024 – Introducción al Cálculo

Trabajo Dirigido C3

Profesor: Matias Pavez Signe
Auxiliares: Gisela Abarca Andereya,
Ignacio Dagach Abugattas

Mucha suerte!!!!!
Las preguntas no siguen un orden particular, pueden realizarlas según deseen.

P1. Para comenzar

Resuelva las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $1 - \cos(2x) + 3\cos(x) = 0$

b) $4\sin(\frac{x}{4}) + 2\cos(\frac{x}{2}) = 3$

c) $\frac{\sin(2x)}{2} + \cos(2x) = \cos^2(x)$

d) $\cos(2x) + \cos(4x) = 0$

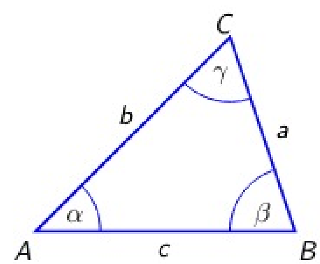
e) $2\sin^2(x) - 5\sin(x) + 2 = 0$

f) $\cos(\frac{x}{2}) - \cos(2x) = 0$

g) $\sin(x)(1 + \cos(2x)) = \cos(x)$

P2. Matraca

Considere el siguiente triángulo T de área A y demuestre que:



a) $a^2 + b^2 + c^2 = 2ab\cos(\gamma) + 2ac\cos(\beta) + 2bc\cos(\alpha)$

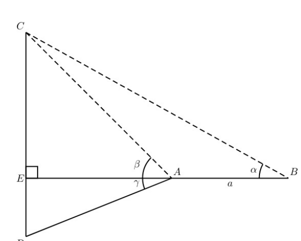
b) Existe una constante $K \in \mathbb{R}$ que cumple que $A = \frac{1}{2}Kabc$

c) $4A(\frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} + \frac{\cos(\beta)}{\sin(\beta)} + \frac{\cos(\gamma)}{\sin(\gamma)}) = a^2 + b^2 + c^2$

d) $a^2\sin(2\beta) + b^2\sin(2\alpha) = 2ab\sin(\gamma)$

P3. De controles

Considere la siguiente imagen, donde $|AB| = a$, para demostar que:



a) $|CE| = \frac{a}{\cot(\alpha) - \cot(\beta)}$

b) $|AE| = \frac{a}{\tan(\beta)\cot(\alpha) - 1}$

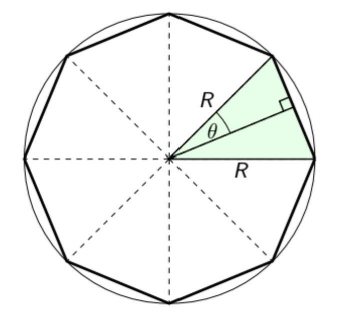
c) $|ED| = |AE|\tan(\gamma)$

P4. Polígonos

Considere un polígono regular de n lados ($n \geq 3$) inscrito en una circunferencia de radio R, como el mostrado en la figura. Demuestre que el area de este polígono de n lados es:

$$A = nR^2 sen(\frac{\pi}{n}) cos(\frac{\pi}{n})$$

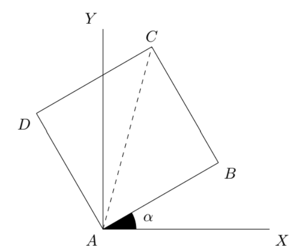
(Obs: La figura muestra solamente el caso particular $n = 8$)



P5. Coordenadas

El cuadrado $ABCD$ de la figura tiene el vértice A en el origen y su lado AB, de magnitud a, está inclinado con respecto al eje OX en un ángulo α. Determine en función de a y α las coordenadas de los vértices B y D y demuestre que la ecuación de la diagonal AC es:

$$AC : (sin(\alpha) + cos(\alpha))x + (sin(\alpha) - cos(\alpha))y = 0$$



P6. Rectas

Sean a y α reales fijos. Considere las rectas de ecuaciones:

$$L_1 : (sec(\alpha))x + (cosec(\alpha))y = 2a$$
$$L_2 : (cos(\alpha))x - (sen(\alpha))y = acos(2\alpha)$$

Si d_1 es la distancia del origen a la recta L_1 y d_2 es la distancia del origen a la recta L_2. Demostrar que $d_1^2 + d_2^2 = a^2$.

El conocimiento es y nos hará libres