MA1102 Álgebra lineal
Auxiliar: Juan Pablo Sepúlveda

Auxiliar 5: Espacios vectoriales II.

15 de abril de 2024

P1. Más polinomios Sea el siguiente espacio vectorial:

$$U = \left\{ p \in \mathbb{P}_3(\mathbb{R}) \;\middle|\; p(1) = p'(1) = 0 \right\}$$

a) Encuentre una base de U y su dimensión.

b) Extienda la base encontrada a una de todo el espacio $\mathbb{P}_3(\mathbb{R})$.

c) Ahora considere, además:
$$W = \left\{ p \in \mathbb{P}_3(\mathbb{R}) \;\middle|\; p''(0) = 0 \right\}$$
Encuentre una base de W y su dimensión.

d) Caracterice el e.v. $U \cap W$, encuentre una base del mismo y su dimensión.

e) Muestre que todo polinomio tiene dos escrituras de la forma $p = p_1 + p_2$ con $p_1 \in U, p_2 \in W$

P2. Opciones hay. Considere el conjunto de vectores $A = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix} \right\}$, donde k es un número real. Encuentre los valores de k tal que A es una base de $\mathbb{R}^3$.

P3. Subespacio del subespacio. Sea V el espacio vectorial de las matrices de 3×3 con coeficientes reales definido por

$$V = \left\{ A \in M_{3\times 3}(\mathbb{R}) \;\middle|\; A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{pmatrix} \right\}$$

Se define

$$W = \{A \in V \mid \text{la suma de cada fila de } A \text{ es cero}\}.$$

a) Pruebe que W es un subespacio vectorial de V.

b) Encuentre una base y y dé la dimensión de W.