MA1102 Álgebra lineal
Auxiliar: Juan Pablo Sepúlveda

Auxiliar 8: + Transformaciones lineales.

13 de mayo de 2024

P1. Considere la función $T : \mathbb{P}_2(\mathbb{R}) \to \mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ definida por:

$$T(a + bx + cx^2) = (a - b) + (b - c)x + (a + c)x^2$$

a) Verifique si T es una transformación lineal.

b) Encuentre $\mathrm{Im}(T)$. **Hint:** estudie T aplicada sobre los polinomios 1, x y x^2.

P2. Considere la transformación lineal $T : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ definida por:

$$T\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} iz_1 + z_2 \\ z_1 - iz_2 \end{pmatrix}$$

a) **[Propuesto]** Pruebe que T es lineal.

b) Calcule el núcleo de T encontrando una base del mismo.

c) Calcule el espacio imagen de Tencontrando una base del mismo.

P3. Sea $T : M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^2$ una transformación lineal donde:

$$T\left(\begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array}\right) = (a + b, c - d)$$

a) **[Propuesto]** Pruebe que T es lineal.

b) Determine el kernel de T.

c) Determine la dimensión de $\mathrm{Im}(T)$ sin encontrar una base.

d) Encuentre una base para el espacio imagen de T.

P4. Dada una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que:

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 2y \\ 3x + y + 2z \\ 2y - z \end{pmatrix}$$

y una base $B = \{(1, 0, 0)^T, (0, 1, 0)^T, (0, 0, 1)^T\}$ para $\mathbb{R}_3$:

a) Pruebe que T es lineal.

b) Encuentre la matriz representante de T con respecto a la base B.