

MA2601-2 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias**Profesora:** Salomé Martínez**Auxiliares:** Benjamín Valdés Vera & Matías Neto

Auxiliar 13

Repaso

17 de junio de 2024

P1. (P2 guía 4.1)

a) Considere $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tal que $\forall s > 0$, se tiene que $sI - A$ es invertible. Defina $t \mapsto \varphi(t) = e^{At}$ para $t \in [0, \infty[$. Calcule $\mathcal{L}[\varphi'](s)$ y deduzca que

$$\mathcal{L}[e^{At}](s) = (sI - A)^{-1}, \quad \forall s > 0$$

b) Utilizando la parte anterior, calcule e^{tA} para

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$$

En que $a, b \in \mathbb{R}$ y $b \neq 0$

P2. (P3 guía 4.1) Sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. El objetivo de esta pregunta es calcular e^{At} . Para ello, proceda como sigue:

a) Pruebe que para todo $k \in \mathbb{N}$ ocurre que

$$A^{2k} = I \quad A^{2k+1} = A$$

b) Utilice la definición de e^{At} junto con la parte anterior para deducir que

$$e^{At} = \cosh(t)I + \sinh(t)A$$