

---

---

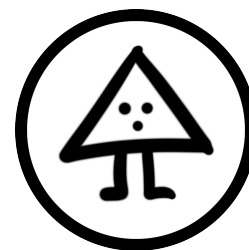
# Auxiliar 2

MA4002 Cálculo Diferencial Variacional

22 de marzo de 2024

---

---



1. Sea  $E$  un espacio de Hilbert y  $u \in \mathcal{L}(E)$ . Consideremos el operador  $g : E \rightarrow \mathbb{R}$  dado por  $g(x) = \langle u(x), x \rangle$ .
  - (a) Pruebe utilizando la definición que  $g$  es diferenciable en todo punto y calcule su diferencial.
  - (b) Repita lo probado en la parte anterior, esta vez utilizando las propiedades vistas en cátedra.
2. Sean  $E, F$  espacios de Banach. Consideremos  $\mathcal{GL}(E; F)$  el conjunto de isomorfismos de  $E$  en  $F$ .
  - (a) Probar que  $\mathcal{GL}(E; F)$  es abierto en  $\mathcal{L}(E; F)$ .
  - (b) Consideremos ahora  $\varphi : \mathcal{GL}(E; F) \rightarrow \mathcal{GL}(E; F)$  dada por  $\varphi(u) = u^{-1}$ . Pruebe que  $\varphi$  es continua.
  - (c) Pruebe que  $\varphi$  es diferenciable con

$$\langle D\varphi(u), h \rangle = -u^{-1} \circ h \circ u^{-1}$$