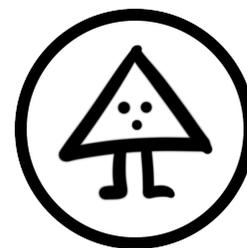

Auxiliar 2

MA4002 Cálculo Diferencial Variacional

22 de marzo de 2024



1. Sea E un espacio de Hilbert y $u \in \mathcal{L}(E)$. Consideremos el operador $g : E \rightarrow \mathbb{R}$ dado por $g(x) = \langle u(x), x \rangle$.
 - (a) Pruebe utilizando la definición que g es diferenciable en todo punto y calcule su diferencial.
 - (b) Repita lo probado en la parte anterior, esta vez utilizando las propiedades vistas en cátedra.
2. Sean E, F espacios de Banach. Consideremos $\mathcal{GL}(E; F)$ el conjunto de isomorfismos de E en F .
 - (a) Probar que $\mathcal{GL}(E; F)$ es abierto en $\mathcal{L}(E; F)$.
 - (b) Consideremos ahora $\varphi : \mathcal{GL}(E; F) \rightarrow \mathcal{GL}(E; F)$ dada por $\varphi(u) = u^{-1}$. Pruebe que φ es continua.
 - (c) Pruebe que φ es diferenciable con

$$\langle D\varphi(u), h \rangle = -u^{-1} \circ h \circ u^{-1}$$