Evaluación de Proyectos [CI4152-1]

Cuotas a VF, Perpetuidades, Cuotas con Crecimiento y Perpetuidades con Crecimiento.

Semestre de Primavera 2024.

Profesor de Cátedra: Diego Gutiérrez Alegría.

Resumen Clase Anterior

- Equivalencias Financieras: Valor Presente y Valor Futuro.
- Tasa de Descuento o Tasa de Costo de Oportunidad.
- Valor Actual Neto (VAN).
- Sensibilidad de los flujos a la Tasa de Descuento.
- Cuotas a VP.

Resumen Clase Anterior

DATOS:

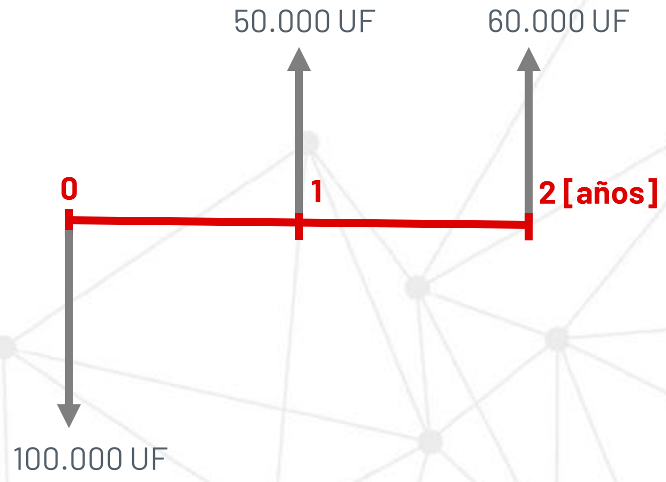
Tasa de descuento: 0,79742% nominal mensual.

Inflación proyectada: 5% anual.

- Calcular la tasa anual real.
- Calcular el VAN del proyecto en UF.
- ¿El proyecto es conveniente desde un punto de vista económico – privado?
- Si la tasa de descuento pasa a ser de UF + 8% anual ¿El proyecto sigue siendo conveniente / no-conveniente? Explique por qué en términos de Costo de Oportunidad.

PS: Utilice siempre interés compuesto para las equivalencias financieras.

FLUJOS DEL PROYECTO:



Resumen Clase Anterior

Ejemplo:

Si recibimos un préstamo de CLP 1.000.000 a una tasa de interés de UF + 3%, pagadero a 5 cuotas iguales cada año, entonces ¿Cuál es el valor de cada cuota? Considere que las proyecciones del IPC son al alza, y a una tasa constante de un 7% anual.

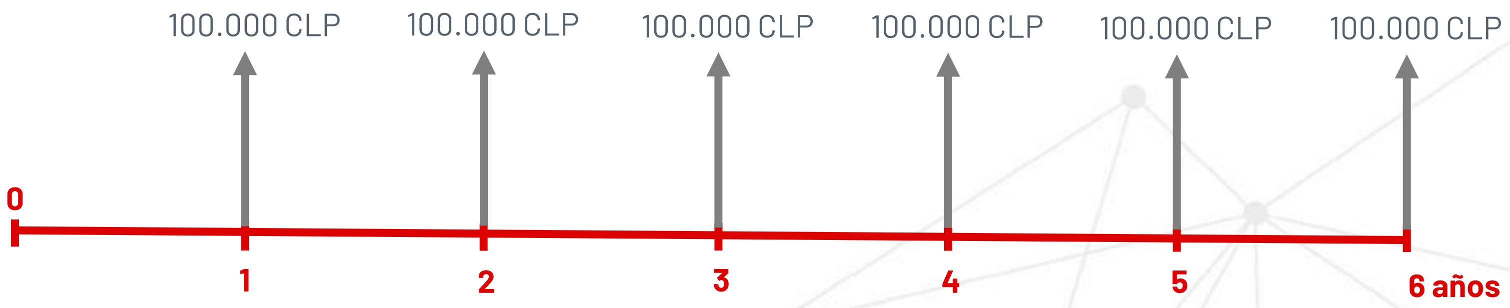
$$VAN(r) = C \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r \cdot (1+r)^n}$$

Solución: CLP 265.214

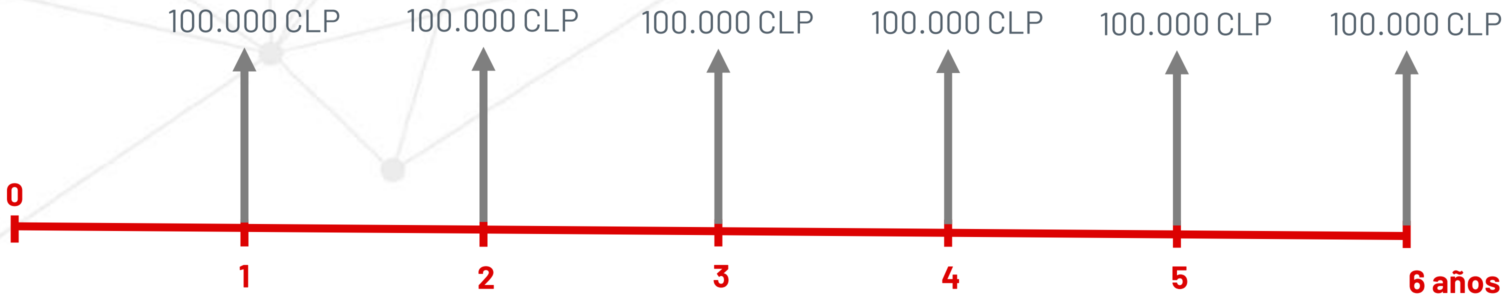
Cuotas a VF

En algunas oportunidades, se tiene que los **flujos** para ciertos proyectos son **constantes.**

Esta vez, queremos llevar los siguientes flujos a **Valor Futuro al año 6 (año más lejano)**:



Cuotas a VF



El cálculo del VF en el año 6 de todos los flujos también es directo, utilizando i = 10%:

$$VF_6(10\%) = 100.000 \cdot (1+0,1)^5 + \cdots + 100.000 \cdot (1+0,1)^2 + 100.000 \cdot (1+0,1) + 100.000 = 771.561$$

Haciendo la expresión más general, tal como se hizo para las Cuotas a VP, tenemos:

$$VF_6(r) = C \cdot (1+r)^{n-1} + C \cdot (1+r)^{n-2} + \cdots + C \cdot (1+r) + C$$

Cuotas a VF

$$VF_6(r) = C \cdot (1+r)^{n-1} + C \cdot (1+r)^{n-2} + \cdots + C \cdot (1+r) + C$$

$$VF = \sum_{i=1}^{n} C \cdot (1+r)^{i-1}$$

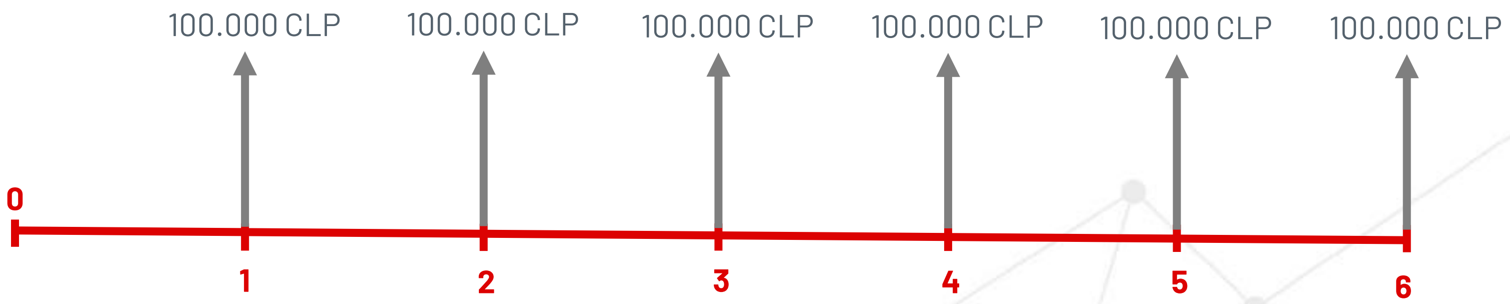
$$VF = C \cdot \sum_{i=1}^{n} (1+r)^{i-1}$$

$$\boldsymbol{VF = \frac{C \cdot \left((1+r)^n - 1\right)}{r}}$$

Cuotas a VF

Utilizando la expresión de Cuotas, calculemos el VF del flujo del ejemplo anterior, al año 6.

$$VF = \frac{C \cdot \left((1+r)^n - 1\right)}{r}$$



$$VF_6(10\%) = \frac{100.000 \cdot \left((1+0{,}1)^6 - 1\right)}{0{,}1}$$

$$VF_6(10\%) = 771.561$$

Ejercicio Cuotas a VP y VF

Suponga que el Señor X, quien hoy tiene 50 años, quiere jubilar a los 65 años con una pensión de $1.000.000 mensual con vigencia hasta los 90 años. Para eso, él ha trabajado desde los 25 años con un sueldo de $800.000, pero tiene ciertas dudas acerca de si efectivamente llegará o no a ese monto.

Debido a esto último, el Señor X pide asesoría para verificar esta información, y usted como miembro de la firma asesora le confirma lo que ya se sospechaba: El Señor X no llegará a ese monto si sigue depositando solo el 10 % que por ley se debe depositar obligatoriamente a la cuenta de capitalización individual de ahorro (AFP). De todas formas, usted sugiere una vía alternativa, y esta es abrir una Cuenta 2 de Ahorro Previsional Voluntario para poder llegar al monto requerido cuando el Señor X jubile.

Considere que para ambas cuentas (obligatoria y voluntaria) la rentabilidad es del 5% anual nominal.

Ejercicio Cuotas a VP y VF

Pregunta 1: Calcule la cantidad de dinero que el Señor X tendrá ahorrado para cuando tenga 65 años si este no abre la Cuenta 2 de APV.

Pregunta 2: Calcule la cantidad de dinero que el Señor X debe tener ahorrada para cuando tenga 65 años si este quiere una jubilación de $1.000.000 mensual con vigencia hasta los 90 años.

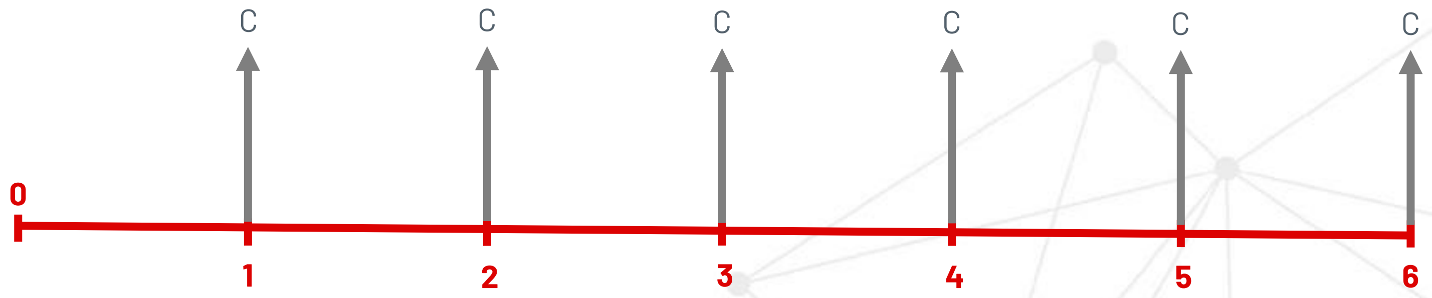
Pregunta 3: Calcule la cantidad de dinero que deberá depositar mensualmente el Señor X en la Cuenta 2 para alcanzar tal suma de dinero.

Importante: Ambas cuentas tienen capitalización mensual.

VP de Perpetuidades

Recordar la expresión de VAN o VP de Cuotas:

$$VAN(r) = C \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r \cdot (1+r)^n}$$



VP de Perpetuidades

¿Y si n, que es la cantidad de cuotas, tiende a infinito?

$$VAN(r) = \lim_{n \to \infty} C \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r \cdot (1+r)^n}$$

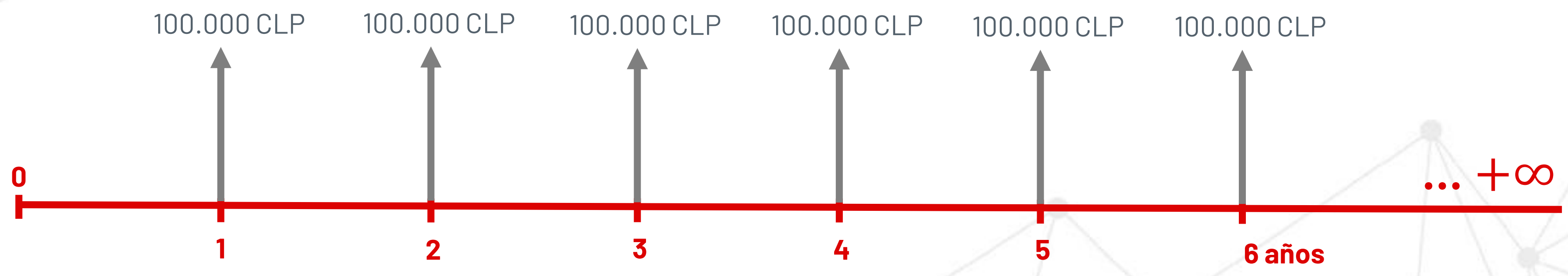
$$VAN(r) = \lim_{n \to \infty} C \cdot \left(\frac{(1+r)^n}{r \cdot (1+r)^n} - \frac{1}{r \cdot (1+r)^n} \right)$$

$$VAN(r) = \lim_{n \to \infty} C \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r \cdot (1+r)^n} \right)$$

$$\boldsymbol{VAN(r) = \frac{C}{r}}$$

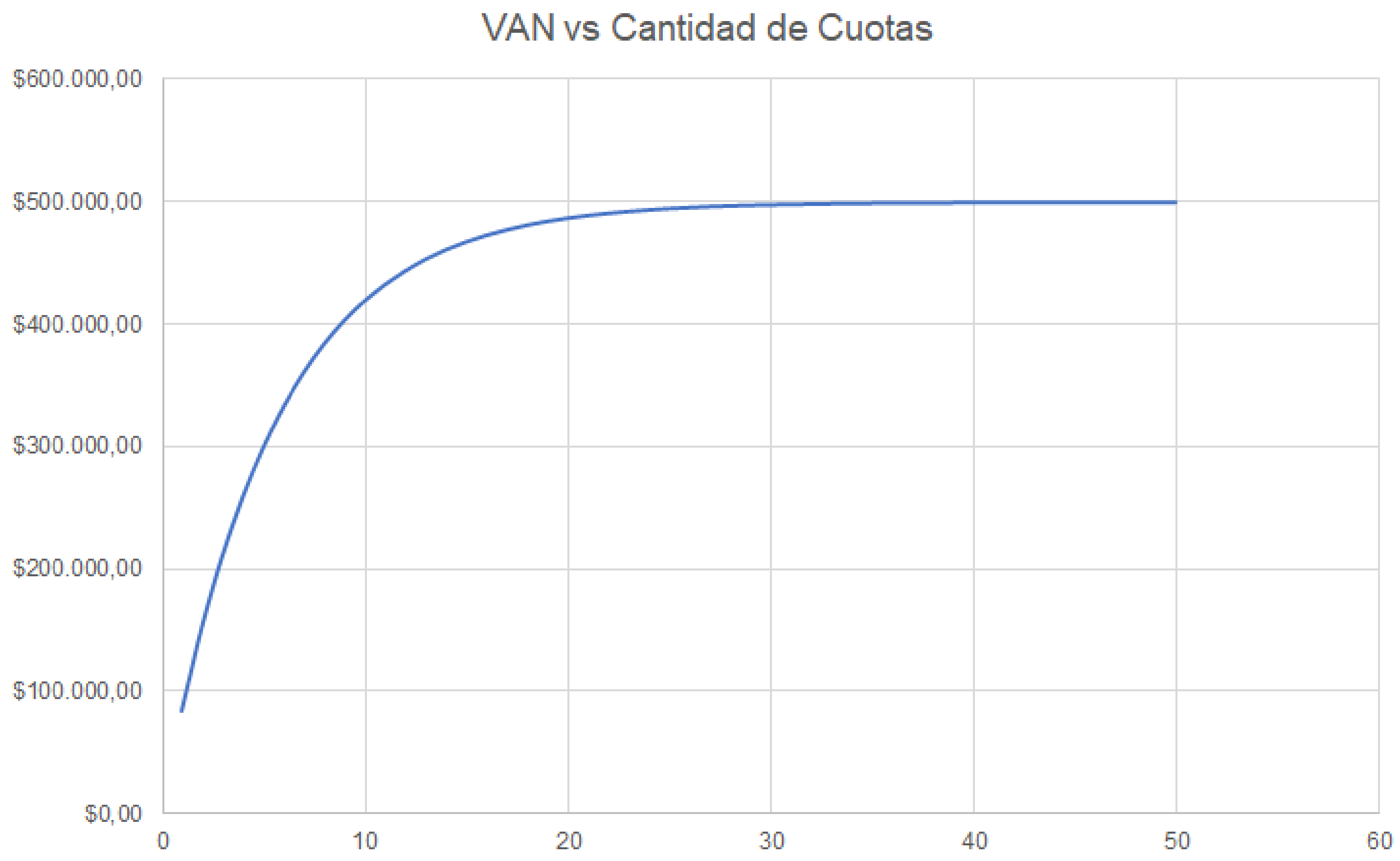
VP de Perpetuidades

Por ejemplo, calcular el VAN del siguiente flujo, para una tasa de costo de oportunidad de un 20%:



$$VAN(r) = \frac{C}{r} = \frac{100.000}{0,2} = 500.000$$

VP de Perpetuidades



Ejercicio VP de Perpetuidades

Suponga la misma situación del ejercicio anterior:

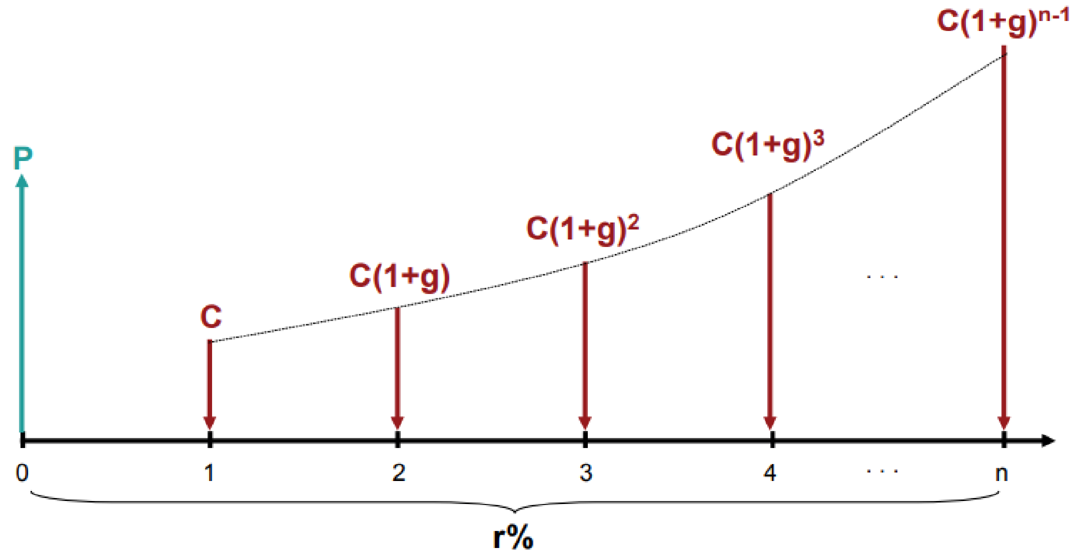
Calcule la cantidad de dinero que el Señor X debe tener ahorrada para cuando tenga 65 años si este quiere una jubilación de $1.000.000 mensual que se paga de manera permanente.

Calcule la cantidad de dinero que deberá depositar mensualmente el Señor X en la Cuenta 2 para alcanzar tal suma de dinero.

VP de Cuotas con Crecimiento

Es posible también que los flujos crezcan en base a una tasa constante. Así, se tiene la anualidad de una serie de aumento uniforme.

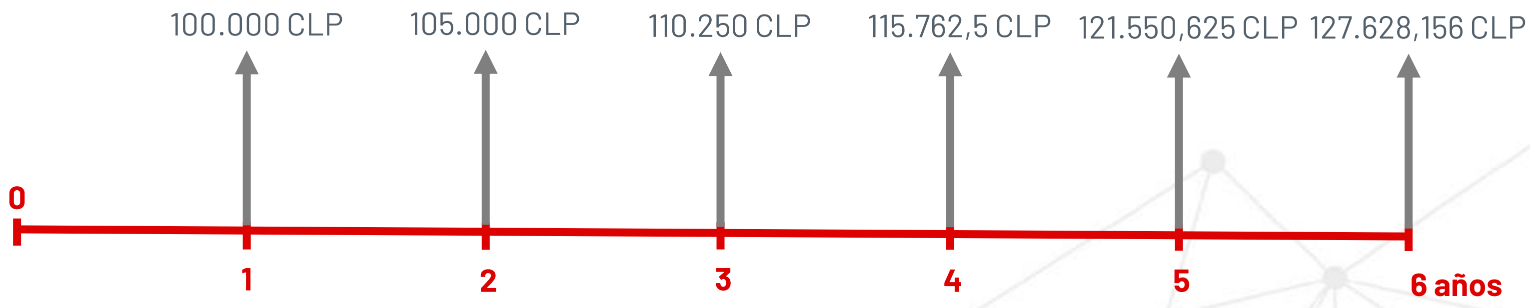
Figura 6.11: Anualidad de una Serie de Aumento Uniforme



VP de Cuotas con Crecimiento

Un ejemplo de un flujo con crecimiento a una tasa constante puede verse a continuación.

Para una Cuota inicial de 100.000 y una tasa de crecimiento g igual a un 5%, se tienen los siguientes flujos:



Donde el segundo flujo viene de multiplicar 100.000 por 1.05, el tercer flujo viene de multiplicar 105.000 por 1.05, y así.

VP de Cuotas con Crecimiento

Calculando el VAN "a mano", tenemos el siguiente resultado (utilizando una Tasa de Costo de Oportunidad de un 10%):

$$VAN(10\%) = \frac{100.000}{(1+0{,}1)^1} + \frac{105.000}{(1+0{,}1)^2} + \frac{110.250}{(1+0{,}1)^3} + \frac{115.762}{(1+0{,}1)^4} + \frac{121.551}{(1+0{,}1)^5} + \frac{127.628}{(1+0{,}1)^6}$$

$$VAN(10\%) = 487.102$$

VP de Cuotas con Crecimiento

Algebraicamente, el VP de cuotas con crecimiento puede expresarse como:

$$VAN(r) = \sum_{i=1}^{n} C \cdot \frac{(1+g)^{i-1}}{(1+r)^{i}}$$

Desarrollando la expresión anterior, llegamos a:

$$\boldsymbol{VAN(r) = \frac{C}{r-g} \cdot \left(1 - \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^{n}\right)}$$

Así, podemos calcular directamente el ejemplo anterior:

$$VAN(10\%) = \frac{100.000}{0{,}1 - 0{,}05} \cdot \left(1 - \left(\frac{1+0{,}05}{1+0{,}1}\right)^{6}\right) = 487.101$$

Perpetuidades con Crecimiento

Al igual que para VP de perpetuidades, nos preguntamos ¿Y si n, que es la cantidad de flujos, tiende a infinito?

$$VAN(r) = \lim_{n\to\infty} \frac{C}{r-g} \cdot \left(1 - \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^n\right)$$

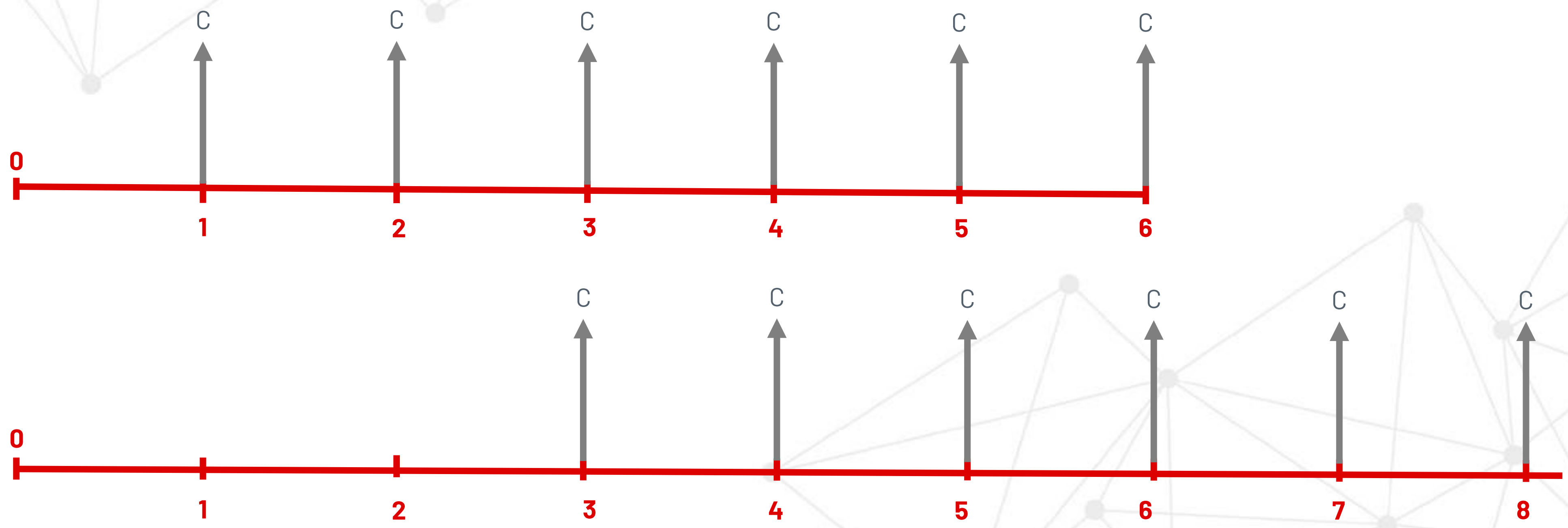
$$VAN(r) = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{C}{r-g} - \frac{C}{r-g}\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^n\right)$$

En el caso de que g < r (o si no, se genera una divergencia), tenemos que:

$$\boldsymbol{VAN(r) = \frac{C}{r-g}}$$

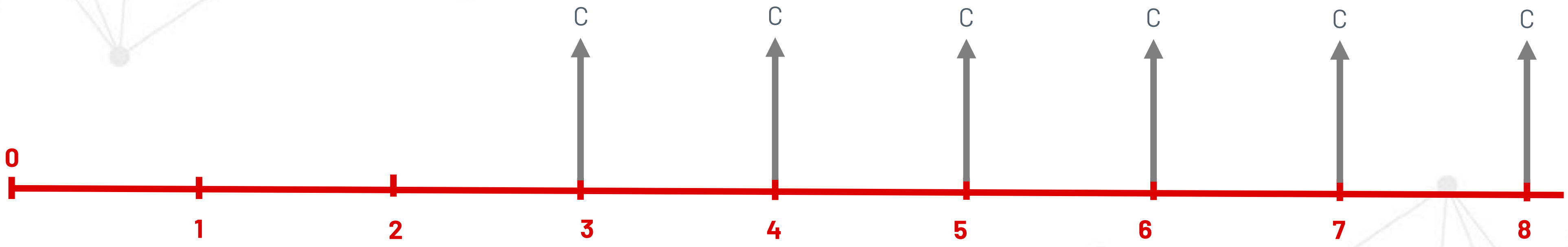
Periodos de Gracia

En algunas oportunidades, es necesario calcular las cuotas para cierto VP fijo (un préstamo, por ejemplo).



Periodos de Gracia

En algunas oportunidades, es necesario calcular el VP o VF de flujos, pero estos están desplazados (periodos de gracia).



$$VP = \left(C \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r \cdot (1+r)^n}\right)$$

$$VP_{PG} = \frac{\left(C \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r \cdot (1+r)^n}\right)}{(1+r)^n}$$

$$C = \frac{VP_{PG} \cdot (1+r)^n}{\left(\frac{(1+r)^n - 1}{r \cdot (1+r)^n}\right)}$$

Preguntas

Usted necesita realizar una fuerte inversión en equipamiento electrónico para echar a andar un negocio de sonido. El equipo que más se adecúa a sus necesidades tiene un valor de mercado de $10.000.000.

Como estudiante, no tiene recursos para realizar dicha inversión, por lo que se ve en la obligación de pedir un préstamo bancario. Si pide un préstamo a cuota fija por el total del valor a 4 cuotas mensuales, con la posibilidad de pagarlos después de 4 meses de gracia (1ra cuota se debe pagar en el mes 5) y a un interés de UF + 4,5 anual. Considere proyecciones de inflación de un 5,5% anual.

Pregunta 1: Calcule la cuota que debería pagar sin utilizar los periodos de gracia.

Pregunta 2: Calcule la cuota que debería pagar si es que acepta los 4 periodos (meses) de gracia.

Próxima Clase

- Tasa Interna de Retorno (TIR)
- Problemas con la Tasa Interna de Retorno
- Periodo de Recuperación del Capital – Payback
- Razón Beneficio Costo

dic INGENIERÍA CIVIL
UNIVERSIDAD DE CHILE