

# Auxiliar 1

## Señales periódicas

**Profesor: Jorge Silva**

Auxiliares: Eduardo Oñate, Simón Yáñez

Ayudantes: Maximiliano Rojas, Luciano Vidal, Claudio Zúñiga

## Resumen

- **Periodicidad de señales**

- $(x(t))_{t \in \mathbb{R}}$  es  $T$ -periódica  $\Leftrightarrow \forall t \in \mathbb{R}, x(t) = x(t + T)$ .
- $(x(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  es  $N$ -periódica  $\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{Z}, x(n) = x(n + N)$ .

- **Periodicidad de sinusoides discretas**

- $(x(n))_{n \in \mathbb{Z}} = (A \cos(2\pi f n + \varphi))_{n \in \mathbb{Z}}$  es periódica  $\Leftrightarrow f \in \mathbb{Q}$ .
- Si  $f = \frac{a}{b}$  con  $a, b \in \mathbb{Z}$  coprimos  $\Rightarrow$  el periodo fundamental de  $(x(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  es  $b$ .

## Preguntas

### Periodicidad de sinusoides discretas

**P1.-** Demuestre que una señal  $(x(n))_{n \in \mathbb{Z}} = (A \cos(2\pi f n + \varphi))_{n \in \mathbb{Z}}$  es periódica  $\Leftrightarrow f \in \mathbb{Q}$ .

**P2.-** Considere la siguiente familia de señales exponenciales:

$$(s_k(n))_{n \in \mathbb{Z}} = (e^{j \frac{2\pi k n}{N}})_{n \in \mathbb{Z}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Muestre que su periodo fundamental está dado por  $N_p = \frac{N}{\text{MCD}(k, N)}$ , con  $\text{MCD}(\cdot)$  el operador del máximo común divisor.

**P3.-** Determine si las siguientes señales son periódicas. Si corresponde, especifique su periodo fundamental.

(a)  $x_a(t) = 6 \cos(9t + \pi/3)$

(b)  $x(n) = 6 \cos(9n + \pi/3)$

(c)  $x(n) = \cos(n/8) \cos(\pi n/8)$

(d)  $x(n) = 2e^{j(\frac{n}{7}-3)}$

(e)  $x(n) = \cos(\pi n/2) - \sin(\pi n/8) + 3 \cos(\pi n/4 + \pi/3)$

### Muestreo y bosquejo de señales

**P4.-** Considere la siguiente señal sinusoidal a tiempo continuo:

$$x_a(t) = \frac{7}{2} \sin(200\pi t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

- (a) Bosqueje  $x_a(t)$  para  $0 \leq t \leq 30$  ms.
- (b) La señal  $x_a(t)$  es muestreada a una tasa de  $F_s = 300$  Hz. Determine la frecuencia de la señal a tiempo discreto  $x(n) = x_a(nT_s)$ , donde  $T_s = 1/F_s$ . Muestre que  $x(n)$  es periódica y determine su periodo fundamental.
- (c) Bosqueje la señal  $x(n)$  en el mismo diagrama donde bosquejó  $x_a(t)$ . ¿Cuál es el equivalente en milisegundos del periodo de  $x(n)$ ?