Electromagnetismo FI2002-5 Primavera 2024
Profesor: Claudio Arenas
Auxiliares: Pablo Guglielmetti, Martín Leiva
Ayudante: Gerd Hartmann

Auxiliar 4: Ley de Gauss

P1. .

Considere la superficie de un cubo de lado a que es atravesado por un campo electrico. Calcular el flujo total de la superficie y el campo elctrico en cada punto de ésta cuando:

a) El campo de magnitud E es uniforme y normal a una de las caras.

b) El campo de magnitud E es uniforme, tangente al plano que contiene una de las caras y forma un angulo θ con la normal de una cara adyacente a esta.

c) El campo es el que genera una carga puntual q en el centro del cubo.

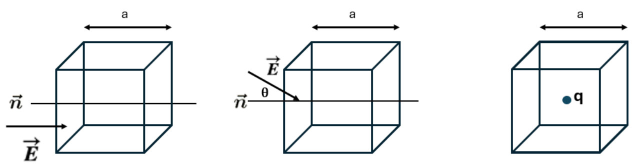

Figura 1

P2.

a) Calcule el campo eléctrico en todo el espacio debido a una placa plana infinita de grosor ínfimo y densidad de carga superficial σ_0.

b) Calcule el campo eléctrico en todo el espacio debido a una placa plana infinita de grosor h y densidad de carga volumétrica ρ_0. Considere un eje (z) perpendicular al plano, con z=0 en el punto medio entre las 2 caras.

c) En la misma configuración anterior, se coloca una lámina cargada en el medio de la placa. Determine la densidad de carga superficial de la lámina para que el campo eléctrico fuera de la placa sea nulo.

Figura 2: Placa infinita con otra placa infinita al interior.

Resumen

Diferenciales en coordenadas ortogonales

Los diferenciales nos describen un cambio infinitesimal en alguna variable, estos pueden ser de línea, superficie o volumen y dependen de las coordenadas, a continuación se presentan de forma general los más usados:

- Cartesianas:
$$\text{Línea}: d\vec{l} = dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k}$$
$$\text{Superficie}: d\vec{S} = dydz\hat{\imath} + dxdz\hat{\jmath} + dxdy\hat{k}$$
$$\text{Volumen}: dV = dxdydz$$

- Cilíndricas:
$$\text{Línea}: d\vec{l} = d\rho\hat{\rho} + \rho d\phi\hat{\phi} + dz\hat{k}$$
$$\text{Superficie}: d\vec{S} = \rho d\phi dz\hat{\rho} + d\rho dz\hat{\phi} + \rho d\rho d\phi\hat{k}$$
$$\text{Volumen}: dV = \rho d\rho d\phi dz$$

- Esféricas:
$$\text{Línea}: d\vec{l} = dr\hat{r} + r\operatorname{sen}\theta d\phi\hat{\phi} + rd\theta\hat{\theta}$$
$$\text{Superficie}: d\vec{S} = r^2\operatorname{sen}\theta d\theta d\phi\hat{r} + r\operatorname{sen}\theta drd\phi\hat{\theta} + rdrd\theta\hat{\phi}$$
$$\text{Volumen}: dV = r^2\operatorname{sen}\theta drd\phi d\theta$$

Teorema de la divergencia

Para una superficie ∂V cerrada y orientable, y un campo vectorial $\vec{F}$ bien definido sobre todo el volumen V se tiene que:
$$\iiint_V \nabla\cdot\vec{F}dV = \iint_{\partial V}\vec{F}\cdot d\vec{S} \tag{1}$$
con $\nabla\cdot F$ definido como:
$$\nabla\cdot\vec{F} = \frac{1}{h_u h_v h_w}[\frac{\partial}{\partial u}(h_v h_w F_u) + \frac{\partial}{\partial v}(h_u h_w F_v) + \frac{\partial}{\partial w}(h_u h_v F_w)]$$
Y con h_u, h_v y h_w los factores de escala, que para los sistemas de coordenadas usuales son:

- Cartesianas: $h_u = h_v = h_w = 1$
- Cilíndricas: $h_\rho = 1$, $h_\phi = \rho$ y $h_z = 1$
- Esféricas: $h_r = 1$, $h_\phi = r\operatorname{sen}\theta$ y $h_\theta = r$